



VOL. 4, No 1

EDICION ESPECIAL

SEPTIEMBRE 1988

SELPER

REVISTA TECNICA, INFORMATIVA, DE COOPERACION IBEROAMERICANA
Y MUNDIAL DE LA SOCIEDAD DE ESPECIALISTAS LATINOAMERICANOS
EN PERCEPCION REMOTA (SELPER).

III SIMPOSIO LATINO-AMERICANO DE SENSORIAMIENTO REMOTO

VIII REUNION PLENARIA SELPER

SOCIEDAD DE ESPECIALISTAS
LATINOAMERICANOS EN PERCEPCION REMOTA (SELPER)



ORGANIZACION :

SELPER

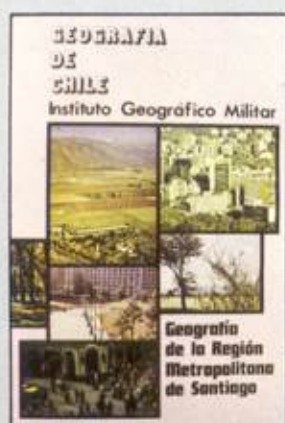
Sociedad de Especialistas Latinoamericanos en Percepción Remota

UNAM

Universidad Nacional Autónoma de México

ACAPULCO, MEXICO 5-9 DIC. 1988

INSTITUTO GEOGRAFICO MILITAR



MAPAS · ATLAS · ASESORIAS · CARTOGRAFIA ·
FOTOGRAMETRIA · ORTOFOTOS · ARTES GRAFICAS



Por tradición y prestigio nos hemos convertido en una Institución que presta un permanente apoyo a la enseñanza de la Geografía y Cartografía en distintos niveles de la Educación, a través de la publicación de un variado material cartográfico.



Dieciocho 369 ☎ 710731 · San Antonio 65 Local 107-A
Télex 441677 IGM CZ · Fax 6988278

COMITE PUBLICACIONES
SELPER - CHILE

Sr. Mauricio Araya F.
Director Editorial
Sr. Hernán Figueroa
Editor Técnico
Sr. Roberto Piña O.
Arte y Dibujo
Sr. Rodrigo Whipple C.
Traducción e Interpretación
Sr. Milton Díaz G.
Apoyo Técnico
Srta. Adriana Vidaurre O.
Secretaría
Sr. Ricardo de la Fuente
Diseño y Diagramación
Sr. Hugo Adasme
Diagramación y Composición
Sra. Gloria Barros
Coordinación

IGM (Chile)

Brig. Roberto Castillo Viel
Director
Instituto Geográfico Militar

COMITE DE EXPERTOS

ARGENTINA

Ing. Miguel Sánchez - Peña
Vice-Presidente SELPER
Ing. Marcelo Campi
Comisión Nacional de Investigaciones
Espaciales (CNIE)

BRASIL

Dr. Roberto Pereira Da Cunha
INPE-Presidente SELPER
Ing. Paulo Cesar Gurgel
Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE)

CANADA

Ing. Fritz P. Du Bois
DATACAP/CIDA

COLOMBIA

Ing. Luis Carlos Molina
Instituto Geográfico Agustín Codazzi
IGAC (ex CIAF), SCFR

CHILE

TCL Jorge Tapia Castillo
Instituto Geográfico Militar (IGM)
Ing. Alberto Kühne
Servicio Agrícola y Ganadero
(SAG/DIPROREN), CONAF

ECUADOR

Ing. Patricio Toledo
Centro de Levantamiento Integrados de
Recursos Naturales por Sensores
Remotos (CLIRSEN)

EE.UU.

Dr. Luis Bartolucci
Murray State University (MARC)

MEXICO

Dr. Jorge Lira
Universidad Nacional Autónoma de
México (UNAM)

PERU

Ing. Walter Danjoy
Oficina Nacional de Evaluación de
Recursos Naturales (ONERN), APAFA



SELPER

SOCIEDAD DE ESPECIALISTAS LATINOAMERICANOS EN PERCEPCION REMOTA
SOCIEDADE DE ESPECIALISTAS LATINO-AMERICANOS EM SEMSORIAMENTO REMOTO
SOCIETY OF LATINAMERICAN SPECIALISTS ON REMOTE SENSING

INDICE GENERAL

PRESENTACION	3
ANTECEDENTES GENERALES DE SELPER.....	5
ACTIVIDADES LATINOAMERICANAS	6
ACTIVIDADES INTERNACIONALES	6
ARTICULOS TECNICOS/CIENTIFICOS.....	7
- Caracterización Matemática de Imágenes Digitales. Jorge Lira. (UNAM, México).	7
- Nociones Generales de Procesamiento Digital de Imágenes. Marcelo Campi (CNIE, Argentina).	39
RESUMEN DE ACTIVIDADES SELPER (1980- 1989).....	48
APOYO IBEROAMERICANO E INTERNACIONAL.....	50

PORTADA

Afiche Conmemorativo de la VIII
Reunión Plenaria SELPER y III Sim-
posio Latinoamericano de Percep-
ción Remota (México, 1988)

CONTRAPORTADA

Sector de Imagen del Satélite Land-
sat TM sobre la zona de Machu-
Pichu, Perú. Escala aprox.
1:150.000. Autorización EOSAT
(EE.UU.). Recepción INPE, Brasil.
Procesamiento Digital CNIE, Argen-
tina.

EJEMPLAR DE DISTRIBUCION GRATUITA

PROHIBIDA SU VENTA



Impreso en los Talleres Gráficos del INSTITUTO GEOGRAFICO MILITAR
Nueva Santa Isabel 1640-Santiago, Chile. F: 6968221, TLX: 441677 IGM CZ. Fax: 6968278
Composición de textos IMPRESORA AMERICA.
Avda. Bulnes 80, Of. 43, Santiago, Chile. F: 6968521
Separación de Colores (Contraportada): MACHADO, Chile.

DIRECTOR EDITORIAL SELPER: Ing. Mauricio Araya Figueroa
(Vice-Presidente SELPER 1980-83, Presidente SELPER 1983-86, Vice-Presidente
SELPER 1986-89)
Presidente Madero 795 (Ñuñoa), Santiago, Chile. Fono: 6967583, Télex: 240501
BQOTH CL. Fax: 0056-2-6981474

DIRECCIONES DE CONTACTO CON SELPER DIREÇÕES DE CONTATO COM SELPER SELPER CONTACT ADDRESSES

DIRECTORIO CENTRAL SELPER. SEDE BRASIL (1986-1989)

Dr. ROBERTO PEREIRA DA CUNHA
Presidente SELPER
Director Sensoriamento Remoto
Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE)
Av. dos Astronautas 1758. C.P. 515. São José dos Campos, SP.
Brasil.
Telefone: (0123) 229977. Telex: (0123) 3530 INPE BR

Ing. PAULO CESAR GURGEL DE ALBUQUERQUE
Secretario General SELPER
Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE)

ETELVINA RENO DIAS ARBEX
Tesorera ELPER
Instituto de Pesquisas Espaciais
(INPE)

Ing. MAURICIO ARAYA FIGUEROA
Vice-Presidente y Director Editorial SELPER
Presidente Madero 795 (Ñuñoa). Santiago, Chile
Teléfono: (0562) 6967583. Télex: 240501 BOOTH CL. Fax: 0056-2-6981474

Dr. PAULO ROBERTO MARTINI
Vice-Presidente SELPER
Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE)

Ing. MIGUEL SANCHEZ-PEÑA
Vice-Presidente SELPER
Paunero 1821. (1640) Martínez. Buenos Aires.
Argentina. Teléfono: (0541) 7923418. Télex: (0541) 24037 AGEZA

CAPITULOS NACIONALES SELPER - COORDENAÇÕES NACIONAIS SELPER

CAPITULOS CONSTITUIDOS

ARGENTINA:

Dra. Natalia Marlenko. Coordinadora Nacional. Comisión Nacional de Investigaciones Espaciales (CNIIE). Centro de Teleobservación. Av. Libertador 1513. (1638) Vicente López. Buenos Aires. Argentina. Teléfono: (0541) 795 0652 - 795 0358. Télex: 17511 LANBA AR.

BRASIL:

Dr. Placidino Machado Fagundes. Coordinador Nacional. Sociedade Brasileira de Cartografia (SBC). Av. Pres. Wilson, 210-7º andar, Castelo, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Telefone: (021) 240-8901.

CHILE:

Sr. Roberto Richardson V., Coordinador Nacional -Servicio Aerofotogramétrico (SAF), Fuerza Aérea de Chile. Casilla 67. Aeropuerto Los Cerrillos. Santiago, Chile. Fono: 5572003. 5575084 Tlx: 240996 SAFCH.

COLOMBIA:

Ing. Luis Carlos Molina, Coordinador Nacional. Presidente Sociedad Colombiana de Fotogrametría, Fotointerpretación y Sensores Remotos. Sub-Director Técnico Centro Inter-Americano de Fotointerpretación (CIAF). Carrera 3047 A 57. Bogotá, Colombia. Teléfono: 2680106. Télex: 45656 OMOPT CO.

ECUADOR:

Ing. Patricio Toledo, Coordinador Nacional (P) CLIRSEN., Paz y Miño s/n, Edificio I.G.M., P.O. Box 8216. Quito, Ecuador. Teléfono: 545090. Télex: 2775 CLIRSEN ED.

MEXICO:

Dr. Román Alvarez. Coordinador Nacional. Instituto de Investigaciones de Matemáticas Aplicadas (IMAS). Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). C. Institutos, C.U. 04510 Coyoacán, México D.F., México. F: 5481375. Télex: 1760197 IGSSME.

PERU:

Ing. Walter Danjoy, Coordinador Nacional. Director de Percepción Remota, Oficina Nacional de Evaluación de Recursos Naturales (ONERN).

Calle 17 N° 355, Urb. El Palomar, San Isidro. Lima, Perú. Teléfono: 414606.

CAPITULOS EN FORMACION

BOLIVIA:

Ing. René Valenzuela R., Coordinador Nacional (P). Director Centro Investigaciones Aplicadas de Sensores Remotos (CIASER). Servicio Geológico Boliviano (GEOBOL). P.O. Box 2729. La Paz, Bolivia. Teléfono: 370268.

COSTA RICA:

Lic. Carlos Elizondo S., Coordinador Nacional (P). Instituto Geográfico Nacional, Aptdo. Postal 2272. 1000 San José, Costa Rica. Teléfono: 265415. Télex: 2493 MOP.

EL SALVADOR:

Ing. Jorge García Escobar, Coordinador Nacional (P). Ministerio de Agricultura y Ganadería. Rep. Los Rosales Pke. 2 N° 14-C San Salvador, El Salvador.

GUATEMALA:

Ing. Carlos Lammerhoffer A., Coordinador Nacional (P). Supervisor Técnico, Instituto Geográfico Militar, Avenida Las Américas 5-76, Zona 13. Ciudad de Guatemala, Guatemala.

PANAMA:

Prof. Moisés Solanilla, Coordinador Nacional (P). Escuela de Geografía, Facultad de Filosofía, Letras y Educación, Universidad de Panamá. Ciudad de Panamá, Panamá

REP. DOMINICANA:

Ing. Orlando Adams I. Coordinador Nacional (P). Instituto Geográfico Universitario. Calle El Vergel 57. Santo Domingo, Rep. Dominicana. Teléfono: 5672823.

URUGUAY:

Ing. Alvaro Califa Sanguinetti, Coordinador Nacional (P). Dirección de Suelos del Ministerio de Agricultura y Pesca. Av. E. Garzón 456 P.O. Box 14005D4. Teléfono: 397087. Télex: MAR 6503 Constituyente 1476.

VENEZUELA:

Dr. Fernando Susach, Coordinador Nacional (P). Secretario Nacional de la Sociedad

Venezolana de Fotogrametría, Percepción Remota y Fotointerpretación. Fundación Instituto de Ingeniería. Apartado 40.200. Caracas 1040-A, Venezuela. Teléfono: 572 4320. Télex: 21685 INING.

CAPITULOS ESPECIALES

ALEMANIA:

Está en preparación de programas de cooperación entre Revista SELPER y RFA.

CANADA:

Ing. Fritz Paul Du Bois. DATACAP, 220 Laurier Ave. W. Suite 600. Ottawa, ONT K1P5Z9. Canadá. F: (613) 238 6363. Télex: 053-4433. Fax: (613) 238-6376.

ESPAÑA:

Dr. Juan María Cisneros S., Jefe Sección Investigación, Instituto Nacional de Meteorología, Ministerio de Transportes, Turismo y Comunicaciones de España. Apartado Postal 285. Ciudad Universitaria, Madrid-3. España. Teléfono: 244 3500. Télex: 22427 LEMMC.

E.U.A.:

Dr. Luis Bartolucci, Mid America Remote Sensing Center (MARC) Murray State University. Murray, Kentucky 42071, U.S.A. Teléfono: 502 752 2591.

FRANCIA:

Dr. Jean-Luc Devynck. Centre National d'Etudes Spatiales (CNES). Chef Dpt. Coopération et Développement. 2, Place Maurice Quentin, 75039 Paris Cedex 01. Francia. Télex: 214674 F CNESP. Teléfono: 45087568.

HOLANDA:

Desde hace veinte años Holanda apoya la formación de profesionales iberoamericanos a través de IGAC (ex-CIAF), Colombia.

PORTUGAL:

Actualmente en formación.

PRESENTACION

Este ejemplar de la Revista SELPER forma parte de una serie de cuatro (4) números que han sido lanzados, con gran esfuerzo, en un Plan Editorial de Emergencia, destinado a recuperar la continuidad editorial de nuestra Sociedad, iniciada durante la Sede de SELPER en Chile (1983-86), la que, lamentablemente por motivos de fuerza mayor, no se pudo seguir en la forma en que hubiésemos deseado. Es así como se han lanzado números especiales fechados simbólicamente como Septiembre 1986, Septiembre 1987, Septiembre 1988 y Septiembre 1989, para representar la continuidad en esos años y comenzar a publicar normalmente en 1990. Dado que son Revistas editadas con posterioridad (Septiembre 1989, fecha de materialización del Plan Editorial de Emergencia), no se han incluido Secciones de Noticias ni Actividades Iberoamericanas e Internacionales, las que sí aparecerán en los números regulares que serán publicados durante 1990 en forma semestral y, si el apoyo iberoamericano e internacional es adecuado, en forma trimestral.

Los artículos técnicos seleccionados para la Revista SELPER 1986, corresponden a trabajos presentados en el Seminario de Geología Regional co-organizado por la Unión Internacional de Ciencias Geológicas (IUGS), UNESCO, SELPER y el Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE) de Brasil (Sao José dos Campos, SP, Brasil, Diciembre 1985). La continuación de estos artículos técnicos conforman la parte medular de la Revista SELPER 1987. Para la Revista SELPER 1988 se ha seleccionado un importante y completo artículo del Dr. Jorge Lira (Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM), sobre Caracterización Matemática de Imágenes Digitales, el que se ha creído conveniente complementar con un resumido pero ejemplificador trabajo del Ing. Marcelo Campi (Comisión Nacional de Investigaciones Espaciales de Argentina, CNIE), destinado a profesionales no tan especializados. Finalmente, para la Revista SELPER 1989, se continuó con el siguiente capítulo escrito por el Dr. Jorge Lira (UNAM), sobre Transformaciones Reversibles y Reales Globales. Esperamos que estos temas sean de interés y recibir a futuro, para las próximas Revistas SELPER, otras valiosas contribuciones de la comunidad profesional latinoamericana y mundial.

Probablemente llame la atención el por qué de este esfuerzo y la oportunidad en que éste se materializa. Las razones son profundas y constituyen un compromiso de honor, de continuidad y constante perfeccionamiento de las actividades de SELPER a lo largo de la rotación de sus Sedes. Durante la Sede de SELPER en Brasil (1986-89), se obtuvieron inmensos logros en ampliar la cooperación internacional, organización de Simposios Latinoamericanos en diversos países de Nuestra América en coordinación con la Sede SELPER en Brasil, reconocimientos internacionales hacia nuestra Sociedad y diversas actividades de apoyo dentro y fuera de Iberoamérica. Todo ello demuestra la madurez y consolidación que ha logrado SELPER. Lamentablemente, por razones de fuerza mayor, no fue posible reforzar la actividad editorial de SELPER.

Conscientes de la importancia que tienen las Publicaciones como agentes de comunicación y perfeccionamiento permanente de nuestros Socios, ya que no es posible para todos participar en los diversos Cursos de Perfeccionamiento, Seminarios, Simpo-

sios y otras actividades organizadas o co-patrocinadas por SELPER y, con la misma visión y generosidad con que la Sede SELPER Brasil abordó la realización de Reuniones Plenarias y Simposios Latinoamericanos fuera de su país, también ha existido una apertura para realizar un Plan Editorial a más largo plazo, solicitando y traspasando importantes responsabilidades al Comité Editorial que tantos éxitos logró durante la Sede de SELPER en Chile. Ello, sumado a un representativo Comité de Expertos y de Arbitraje a nivel latinoamericano, compuestos por profesionales de probada excelencia y dedicación a SELPER, junto a la esperada decisión de las futuras Sedes de continuar con un Comité Editorial más estable -independientemente de la rotación de éstas- deberá permitir lograr la tan ansiada continuidad editorial que tanto necesita nuestra Sociedad para fortalecer y multiplicar aún más los éxitos cosechados en todos estos años, desde sus inicios en Ecuador, pasando por Chile, Brasil, Argentina y posteriormente otros países hermanos.

Deseamos agradecer la valiosa colaboración prestada por los diversos Socios e Instituciones de los Capítulos Nacionales SELPER, en particular los de Argentina, Brasil, Chile, Colombia, Ecuador, México, Perú y otros países hermanos de América del Sur y América Central, sin cuyo apoyo y participación permanente, SELPER no hubiese sido una realidad. Igualmente, a los Socios, Instituciones y Empresas de los Capítulos Honorarios de Alemania, Canadá, España, EE.UU., Francia, Holanda y Portugal. Igualmente, a las organizaciones internacionales como la Agencia Espacial Europea (ESA), Naciones Unidas (ONU), IUGS, COSPAR/ICSU y otras, que tan decisivamente también han aportado a los logros de SELPER. Finalmente, para la realización de este Plan Editorial de Emergencia, vayan nuestros sinceros reconocimientos al Comité de Publicaciones SELPER Chile, Editorial Universitaria, Impresora América y, por supuesto, al Instituto Geográfico Militar (IGM) de Chile -en especial a su Director, Brigadier Don Roberto Castillo Viel; subdirector Técnico; TCL Lautaro Rivas, TCL Sergio Matus y MY. Mario Molina, pues esa colaboración será vital para consolidar este Plan Editorial a largo plazo de SELPER.

De esta forma, es un gran orgullo para la Sede SELPER Brasil poder entregar una situación Editorial al día al término de su gestión; para SELPER Chile, un gran honor poder continuar contribuyendo en forma tan decisiva a la mayor consolidación de SELPER; y, para SELPER Argentina, una gran satisfacción y un desafío el poder continuar avanzando cada vez más en estas actividades en beneficio de SELPER y sus ideales de cooperación y hermandad iberoamericana y universal.

Dr. ROBERTO PEREIRA DA CUNHA

Presidente de SELPER

Sede SELPER Brasil (1986-1989)

PROF. MAURICIO ARAYA-FIGUEROA

Vice-Presidente (Ecuador, 1980-83)

Presidente (Chile, 1983-86)

Vice-Presidente y Director Editorial

Sede SELPER Brasil (1986-89)

Ing. MIGUEL SANCHEZ-PEÑA

Vice-Presidente SELPER

Sede SELPER Brasil (1986-89)

Presidente Comité Organizador

Sede SELPER Argentina (1989-91)

EDITORIAL

This issue, that is part of a series of four (4) SELPER Reviews, constitutes a great effort to continue with the Editorial Programme that was begun by SELPER-Chile during 1983-86. Unfortunately and due to serious problems, this could not be continued. Because of this, we are publishing now these special editions which will represent the continuity along years 1986-1989. These issues have been symbolically dated September 1986, September 1987, September 1988 and September 1989. Due to the fact that these Reviews were edited in September 1989 (date of the materialization of this Emergency Editorial Plan), neither international and Iberoamerican Activities nor News were included. These Activities and News are going to appear in the normal sections in the regular issues which will be published during 1990, every six months but if the Iberoamerican and International support is suitable, SELPER Review will be published quarterly.

The technical papers selected for SELPER Review 1986, come from the Seminar on Regional Geology, coorganized by International Union of Geological Sciences (IUGS), UNESCO, SELPER and INPE (Brazilian Space Research Institute), held in Sao Jose dos Campos, Brazil, on December 1985. SELPER Review 1987 was shaped with most of these papers available at the Editorial Committee. An important paper about Mathematical Characterization of Digital Images by Dr. Jorge Lira (UNAM, National University of Mexico) makes SELPER Review 1988 together with a summarized paper by Eng. Marcelo Campi (CNIE, Argentinian Space Research Commission). Finally, SELPER Review 1989 contains the next chapter written by Dr. Jorge Lira (UNAM) about Reversible Transformations and Global Enhancements. We hope these papers will be of interest and hope to receive more contributions for the next SELPER Reviews from Latin American and worldwide community in the next future.

The reasons to do this Emergency Editorial Plan, at this time, constitute a commitment and a constant improvement in the activities of SELPER all along the rotation of its Seats. In Brazil (during 1986-89), SELPER got a lot of achievements in the international opening and coorganization of Latin-American Symposia -which took place in different Latin American countries. Our Society also received additional international recognition, as well as international support. The above showed that our Society had reached an important consolidation and maturity. In spite of this it was, unfortunately, not possible for our Society to reinforce SELPER's Editing activities.

Aware of the importance that these publications have as agents of communication and constant tool of improvement for our members, since it is not possible for all of them to take part in the different training courses, seminars, symposia or anyother activities which are organized or co-sponsored by SELPER and, with the same view and generosity which SELPER/Brazil organized Plenary Meetings and Latin-American Symposia with abroad, there has also existed the same will to accept and to create a long-term Edition Program by applying and transferring

important and significant responsibilities to the Editing Committee that had so successful participation at the SELPER Seat in Chile (1983-86). All this, plus the integration of both a Specialists Committee and Referee Committee that are constituted by professionals of high excellence and devotion to SELPER, together with the expected decision of the future SELPER Seats in order to continue working with a more permanent Editing Committee that is not going to be affected by SELPER Seats rotation, we hope that it will allow to get the so expected editing continuity that our society needs to reinforce and multiply even more the achievements got in the past, since its begining in Ecuador, going through Chile, Brazil, Argentina and other brother countries in the near future.

We also want to thank the valuable cooperation given by the different members of SELPER and the institutions where the National Chapters of SELPER worked, specially those from Argentina, Brazil, Chile, Colombia, Ecuador, México, Perú and other brother countries of South America and Central America, whose support and cooperation and permanent participation were fundamental for the creation and existence of SELPER. We also want to thank to all the Members, Enterprises and Institutions of the SELPER Honorary Chapters, specially those of Canada, France, Germany, Holland, Portugal, Spain and U.S.A. Also to those international organizations like European Space Agency (ESA), United Nations, IUGS, COSPAR/ICSU and others who have been so decisive for SELPER success. Last but no least, we want to thank the valuable support given by the SELPER-Chile Editing Committee, Editorial Universitaria, Impresora América and Instituto Geográfico Militar (IGM) from Chile - specially to its Director, Brigadier General Mr. Roberto Castillo V.; Technical Subdirector, LTC Lautaro Rivas; LTC Sergio Matus and MY, Mario Molina whose collaboration will be of real importance to perform this SELPER's long-term Edition Programme.

In this way, it is a real proud for SELPER-Brazil to offer an updated edition program at the end of its mandate; it is a real proud for SELPER-Chile to continue contributing in such a decisive way to the greater consolidation of SELPER; it is a real challenge and satisfaction for SELPER-Argentina to continue improving these activities for the benefit of SELPER and its important aims of Iberoamerican and Universal brotherhood and cooperation.

Dr. ROBERTO PEREIRA DA CUNHA

President of SELPER
SELPER Seat Brazil
(1986-1989)

Prof. MAURICIO ARAYA-FIGUEROA

Vice-President (Ecuador, 1980-83)
President (Chile, 1983-86)
Vice-President and Editing Director
SELPER Seat Brazil (1986-89)

Ing. MIGUEL SANCHEZ-PEÑA

Vice-President of SELPER
SELPER Seat Brazil (1986-89)
President of Organizing Committee
SELPER Seat Argentina (1989-91)

ANTECEDENTES DE SELPER

La Sociedad de Especialistas Latinoamericanos en Percepción Remota (SELPER) es una organización Técnico-Científica sin fines de lucro. Los principales objetivos de SELPER son promover el perfeccionamiento de sus asociados y apoyar la cooperación eficaz entre diferentes países, con la finalidad de aprovechar al máximo la capacidad existente e incentivar la integración entre los mismos a través de la Ciencia y la Tecnología. Estos objetivos permiten una integración a nivel nacional, regional continental e inter-regional (Intercontinental) uniendo naciones con problemas similares.

SELPER fue creada en Quito, Ecuador, en noviembre de 1980, durante la Primera Reunión de Especialistas en Percepción Remota. En este sentido fue cumplida una aspiración de profesionales latinoamericanos, los cuales no contaban con una organización para el desarrollo de programas de integración y cooperación en América Latina. Esta integración, originalmente a nivel individual, fue extendida a nivel institucional y hoy varias organizaciones internacionales participan directa o indirectamente de las actividades de SELPER.

Para minimizar costos y para facilitar decisiones, la organización administrativa de SELPER es muy simple: (a) Un Consejo Central formado por profesionales del país designado como sede de SELPER (período normal de dos años) el cual toma las decisiones ejecutivas, llevando en cuenta el mayor beneficio de la sociedad y sus ideas. (b) Coordinadores nacionales, formados por profesionales de cada país y representada por un Coordinador Nacional que coordina las actividades de SELPER a nivel de su país y transmite las aspiraciones de sus miembros a la Sede Central de SELPER y/o durante las Reuniones Plenarias de SELPER. (c) Asamblea General, es organizada durante las reuniones plenarias de SELPER y está compuesta por socios o sus representantes (Coordinadores Nacionales).

La afiliación a SELPER incluye tres categorías principales: a) Socio Individual, normalmente profesionales con actividad en percepción remota; b) Socio Institucional, normalmente organizaciones sin fines de lucro como Universidades u otras; c) Socios Patrocinadores, normalmente organizaciones comerciales que deseen cooperar con SELPER.

La Sede de SELPER es rotativa y se ha ubicado en Ecuador (1980-83), Chile (1983-86), Brasil (1986-89) y próximamente Argentina (1989-91) y Perú (1991-93). SELPER realiza o co-patrocina Cursos, Seminarios, Simposios y otros eventos, destacando las Reuniones Plenarias asociadas con Simposios de carácter continental, las que se han desarrollado en Ecuador (1980 y 1982), Chile (1983 y 1984), Canadá (1985), Brasil (1986), Colombia (1987), México (1988), Argentina (1989) y al cumplirse diez (10) años de SELPER, Ecuador (1990). La Sociedad realiza diversas publicaciones, como Memorias Anuales (correspondientes a cada Reunión Plenaria y Simposio asociado), Calendarios Técnicos o Almanagues (anual o bianual), Revista Técnica (normalmente semestral o trimestral) y otras publicaciones especiales ocasionales.

SELPER ANTECEDENTS

The Society of Latin American Specialists on Remote Sensing (SELPER) is a technical scientific and non remunerative Society, which is aimed at the achievement of the steadfast professional improvement of its members and promoting or supporting the effective cooperation among different countries, in order to take advantage of the existing capacities to the extreme limit and to integrate the countries one to each other by means of science and technology. These purposes are looking for an integration to National, Regional, Continental and inter-regional level, joining in this way nations having similar problems.

SELPER was created in Quito, Ecuador, on november 1980, during the first meeting of Latin American Specialists on Remote Sensing. In this sense and old dream was performed by professionals of the region who did not have an organization to develop efficiently, programs of integration and cooperation in iberoamerica. This integration, at the beginning, was to an individual level, being afterly extended to Institutional level by which several International Organizations are participating of the SELPER Activities directly or indirectly.

In order to reduce the administrations costs, and to enable the decisions, the SELPER administrative organization is very simple: a) Main board which is formed by professionals belonging to the SELPER Seat Country. (Normal time-period of two years). The Directory takes the executive decisions taking into account the best benefit of the Society and its ideals. b) National Chapters formed by professionals in every country have a representative that is the National Coordinator which coordinates the SELPER activities to national level besides transmitting the aspirations of the members (Nationals) to the SELPER Central Seat or during the SELPER Plenary Meeting. (c) General Assembly which is constituted or organized during the SELPER Plenary Meetings, is by Members of SELPER or its representatives (National Coordinators).

There are three main different categories for SELPER affiliation: a) Individual Member, usually professionals having activities on remote sensing; b) Institutional Member, usually entities having non remunerative purpose like Universities and others; c) Sponsor Member, usually companies or other institutions who wish to cooperate with SELPER.

SELPER Central Seat normally rotates every two years: Ecuador (1980-83), Chile (1983-86), Brazil (1986-89) and Argentina (1989-91) and Peru (1991-93) in the next future. SELPER organizes or co-sponsor Courses, Seminars, Symposia and other events, being the most relevants the Plenary Meeting and associated Symposia: Ecuador (1980 and 1982), Chile (1983 and 1984), Canada (1985), Brasil (1986), Colombia (1987), Mexico (1988), Argentina (1989) and Ecuador (1990) to celebrate the Tenth Anniversary of SELPER. The Society publishes Annual Proceedings (related to Plenary Meetings and associated Symposia), Technical Calendar, (annually or every two years), Technical Review (usually every six months or quarterly) and other special documents or books.

EDITORIAL

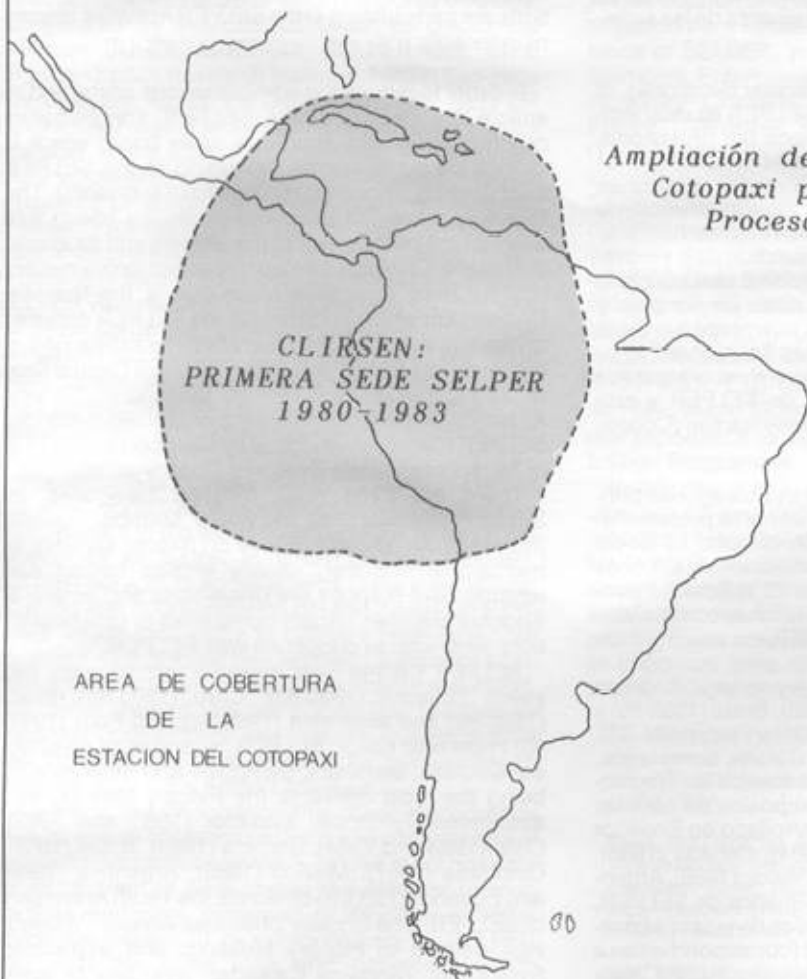
ACTIVIDADES LATINOAMERICANAS ACTIVIDADES INTERNACIONALES

Estas secciones serán incluidas en los números regulares de la Revista SELPER, a publicarse en 1990. Por ahora, conozcamos algo del Centro de Levantamientos Integrados de Recursos Naturales por Sensores Remotos (CLIRSEN) del Ecuador, Primera Sede Histórica de SELPER (1980-1983). Actualmente CLIRSEN está ampliando su capacidad de recepción y procesamiento para los satélites Landsat (MSS y TM), SPOT, ERS-1 y satélites meteorológicos.



CENTRO DE LEVANTAMIENTOS INTEGRADOS DE RECURSOS NATURALES POR SENSORES REMOTOS

PAZ Y MIÑO S/N, EDIFICIO IGM. APARTADO 8216.
QUITO, ECUADOR. TEL: 540-585. TLX: 2775 CLIRSEN.



*Ampliación de la Estación del
Cotopaxi para Recepción y
Procesamiento de Datos*

LANDSAT TM
SPOT
ERS-1
GOES
TIROS

AREA DE COBERTURA
DE LA
ESTACION DEL COTOPAXI

*CLIRSEN e IGM del Ecuador: Sede de la Primera Reunión que
dio nacimiento a SELPER, Quito, Ecuador, 24-27 Noviembre 1980.*

CARACTERIZACION MATEMATICA DE IMAGENES DIGITALES

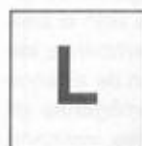
Dr. Jorge Lira

*Unidad de Percepción Remota. Instituto de Geofísica.
Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).
A.P. 22-560. Deleg. Tlalpan. 14000 México D.F. MEXICO*

Resumen

Se entrega una completa revisión sobre este tema, que constituye el quinto Capítulo del libro "Introducción al Procesamiento Digital de Imágenes", del mismo autor. Para un mejor tratamiento del tema, éste se ha subdividido en: **5.0.** Prólogo; **5.1.** Consideraciones Generales; **5.2.** Proceso de Medida sobre un CIV; **5.3.** Teorema de Muestreo; **5.4.** Operadores de Captura de una Escena; **5.5.** Caracterización Estocástica de una Imagen Multiespectral; **5.6.** Referencias. Las Tablas y Figuras se han intercalado en el texto, el que ha mantenido su numeración original, pues es la intención publicar otros Capítulos sobre el tema de modo que sea posible, a través de la Revista **SELPER**, contar con la colección completa (o al menos de los temas más específicos) de este libro, lo que ocurrirá de acuerdo a la receptividad que esta idea pueda tener entre los lectores de la Revista **SELPER**.

PROLOGO



Las sondas espaciales enviadas a capturar datos de los cuerpos que forman nuestro sistema solar marcan una pauta bien definida en el desarrollo del Procesamiento Digital de Imágenes. La enorme cantidad de medidas hechas a distancias relativamente cercanas a la superficie de planetas y satélites mostraron el

potencial de la colección de datos en forma de imágenes. Debido a esto y hace ya más de quince años, se decidió que éstas bien podrían ser procesadas digitalmente por computadora. Ahora existen más de 150.000 imágenes digitales del sistema solar que han revelado detalles insospechados y sorprendentes de la evolución del conjunto sol-planetes-satélites-asteroides. En la actualidad no es posible concebir las

ciencias planetarias sin el procesamiento digital de imágenes, como tampoco es factible pensar en la meteorología o la Percepción Remota, aplicadas a la prospección geofísica, sin el concurso del procesamiento de imágenes.

El análisis de imágenes se emplea en muchas áreas del conocimiento científico y su uso es en verdad creciente. En física, las imágenes del microscopio electrónico son estudiadas para obtener las propiedades de la superficie de un sólido. La morfología de fagocitos es determinada en Biomedicina al emplear imágenes del microscopio óptico. Las fisuras, defectos e inhomogeneidades de una cierta pieza manufacturada en una fábrica, pueden ser apreciadas manejando convenientemente la neutrografía correspondiente a dicha pieza. Ahora en Medicina, es posible realzar en color una radiografía digital con el objeto de apreciar con mayor facilidad tumores y otros problemas en el paciente respectivo. Muchas aplicaciones más del procesamiento de imágenes existen en diversas áreas de la investigación experimental tales como: Ingeniería de Suelos, Arqueología y Astrofísica.

No puede verse una imagen digital como simplemente una colección de números arreglados en forma matricial; esto sería empobrecer su enorme potencial. Una imagen no es nada más una colección bidimensional de datos, sino más bien la distribución espacial de la respuesta espectral de los elementos que componen la escena, entendiéndose por respuesta espectral a la variación de intensidad de energía radiante en función de la longitud de onda de esta radiación. Recordemos que aún la radiación corpuscular tiene una longitud de onda asociada. Las gráficas son una subclase de imágenes y pueden considerarse también como una distribución espacial del valor de una cierta propiedad de un sistema que puede o no tener un significado físico inmediato. Las imágenes tienen una propiedad de conjunto que se refiere a la interrelación que existe entre los elementos de la escena, siendo esta interrelación dependiente del sistema físico u objeto matemático que estemos estudiando. En otras palabras, una imagen es una colección de objetos y regiones aunada a la interrelación que existe entre ellos. Esto implica un gran potencial de información que demanda de avanzadas técnicas matemáticas y computacionales para facilitar el camino del modelaje referido al comportamiento del sistema bajo estudio.

Para analizar una imagen se requiere, como se menciona en el párrafo anterior, del más avanzado conocimiento científico en física, matemáticas y computación. En la presente obra se ha dividido el análisis de una imagen en dos grandes ramas: El Procesa-

miento de Imágenes y el Reconocimiento de Patrones de las mismas; aquí se estudia únicamente la primera rama. La primera de éstas, se entiende aquí como un conjunto bien definido y clasificado de realces, que dejan lista la imagen para una descripción matemática de las regiones que la componen. Las regiones están formadas a su vez por patrones espaciales y espectrales, de tal forma que al reconocer estos patrones por medio de modelos matemáticos, implica la descripción de las regiones que forman una imagen. En otras palabras, reconocer un patrón requiere primero de su manifestación evidente por medio de un procesamiento bien definido a la imagen y, segundo, de una descripción cuantitativa de sus propiedades morfológicas y estadísticas.

En los primeros cuatro capítulos, que constituyen una narración y un análisis de los aspectos generales de una imagen digital, se introduce al lector a los elementos y estructuras que componen una imagen. Para aquel que desee estudiar estos conceptos, puede consultar el libro: *La Percepción Remota*, del mismo autor. Debido a que existe este libro, no se ha considerado necesario publicar primero los mencionados capítulos, por lo que la presente publicación constituye la muestra inicial del material que compone el libro: "Introducción al Procesamiento Digital de Imágenes", que elabora actualmente el autor; los otros capítulos serán publicados subsecuentemente con la intención de recibir los comentarios y sugerencias de la comunidad y lograr así un manuscrito final de alta calidad. Por el momento no se incluyen imágenes, pues esto elevaría enormemente los costos de edición; en la versión final se incluirán ejercicios y fotografías ilustrando los diversos conceptos y procesos que se discuten aquí. Las referencias se han incluido en el trabajo por medio de números de formato pequeño a manera de supraíndices al texto.

El material que se presenta aquí ha sido desarrollado durante mis años de impartir el curso: *Procesamiento Digital de Imágenes y Reconocimiento de Patrones*, de la Maestría de Computación del IIMAS-CCH. El apoyo que he recibido de la coordinación de esta maestría ha sido constante y mis alumnos me han ayudado a depurar parte de lo que se discute aquí; estoy agradecido por esto. Se hace énfasis en aplicaciones del procesamiento de imágenes de satélite (*Percepción Remota*) pues ésta ha sido el área principal de investigación del autor. Sin embargo, los conceptos y métodos desarrollados son de alcance general. El procesamiento digital de imágenes es cada vez más empleado en universidades, institutos de investigación, industrias, hospitales y tecnológicos, por lo que espero y deseo que esta obra sea de utilidad e interés para la comunidad dedicada al análisis de imágenes.

5. 1.- CARACTERIZACION MATEMATICA DE IMAGENES MULTIESPECTRALES

La cuantificación de la información multispectral establece las bases para la modelación del sistema físico bajo estudio y deja el camino abierto a nuevas técnicas de análisis de imágenes digitales por medio de algoritmos computacionales.

5.1.1. Consideraciones Generales

Enfrente de una pantalla de despliegue blanco y negro, se encuentra un radiólogo estudiando una radiografía de un posible tumor cancerígeno, con base en la interpretación que él haga de esta información, se decidirá si se procede a una intervención quirúrgica o no. La decisión sin embargo se presenta difícil pues la radiografía tiene poco contraste y le falta definición. Un físico está analizando las primeras fotografías de un plasma generado por un reactor nuclear de fusión, el científico cree observar las inestabilidades predichas por la teoría de la fusión nuclear; desafortunadamente, estos datos están contaminados por el ruido inherente al arreglo experimental correspondiente y por lo delicado de las medidas hechas, de aquí que se complique la interpretación que el físico desea hacer de tal reacción termonuclear. Un ingeniero del departamento de sanidad ambiental se encuentra observando las sutiles trazas de contaminación aparentemente presentes en una fotografía aérea de un río y se pregunta qué transformaciones podrá aplicar a sus datos para hacer evidente este problema de contaminación y poder tomar a tiempo las decisiones correctas. Sobre la pantalla de televisión a color de alta resolución se ven sorprendentes la primeras imágenes enviadas por el Voyager-2, en donde se aprecian por primera vez los acercamientos a mundos distantes de nuestro sistema solar. Las imágenes no obstante son débiles y los científicos que las estudian dudan de algunos detalles, pues bien saben que el medio interplanetario pudo haber distorsionado significativamente lo que

están viendo en la pantalla. Un grupo de geólogos está tratando de dilucidar el patrón de lineamientos observables en una imagen producida por el barrido multispectral del Landsat-5, ya que la evolución tectónica de la zona está ligada a los fracturamientos y fallamientos que constituyen el patrón de lineamientos, aunque si bien éstos se encuentran enmascarados en algunas partes del área cubierta por la imagen satelitaria. Un biomédico de un centro de salud comienza a comprender la evolución morfológica de un grupo de células infectadas, el patrón espacial que forman los pseudópodos de dichas células no se observan del todo bien a través del microscopio, por lo que el investigador biomédico requiere de más y mejores datos para eliminar las ambigüedades en su interpretación del fenómeno infeccioso.

En todos los eventos arriba indicados, donde se describen diferentes situaciones en la investigación experimental, queda patente una problemática común: a saber, la caracterización matemática de datos de naturaleza bi-dimensional y el análisis e interpretación de los mismos. Para detallar esta problemática no olvidemos que en la generación y análisis de imágenes multispectrales, estamos hablando de hecho del diseño y la realización de un experimento bajo condiciones controladas y que en este experimento estamos intentando medir un conjunto selecto de variables de estado que describen la situación en la que se encuentra un sistema físico que deseamos estudiar. Además, el rango de medidas para dichas variables se encuentra también preestablecido, de tal forma, entonces, que los datos que esperamos como resultado de la ejecución del experimento se encuentran bien definidos, en principio, en forma de una imagen multispectral.

Ahora bien, consideremos el siguiente esquema metodológico en el estudio de un sistema físico.(Fig. 5.1).

Podemos apreciar en este esquema, que en un proceso de retroalimentación, el comportamiento del sistema físico es estudiado a través del análisis de la imagen multispectral resultante del experimento, y

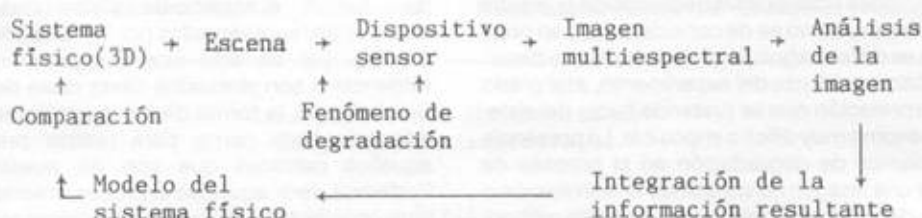


Fig. 5.1 Esquema metodológico de estudio e interpretación de un sistema físico por medio del análisis de datos bi-dimensionales multispectrales.

que este análisis interpretado correctamente, sienta las bases para generar un modelo del funcionamiento de dicho sistema físico. Como la comparación de este modelo o simplificación del "mundo real" es factible por métodos cuantitativos, podemos entonces determinar el grado de adecuación que tiene el diseño de nuestro experimento para permitirnos entender la realidad de nuestro mundo físico. No ahondaremos más aquí en este punto, pues esto constituye una parte fundamental del método científico aplicado a las ciencias experimentales y desde luego la Percepción Remota no escapa a este marco de referencia que constituye la metodología de la generación de conocimiento nuevo. Sí podemos decir, sin embargo, que el método científico establece claramente las bases para poder definir qué o cuáles escenas son necesarias capturar y registrar y también nos permite establecer las variables de estado y los rangos de medida correspondientes. La Percepción Remota es una metodología de observación a distancia de sistemas físicos microscópicos o macroscópicos, por lo que es responsabilidad de cada investigador el definir su "mundo real" y las condiciones de investigación, así como las metas y objetivos correspondientes que se persiguen al establecer un experimento dado concerniente a ese mundo real. De aquí que nos ocupemos en la Percepción Remota de la caracterización y análisis del dispositivo sensor, de las posibles fuentes de degradación y de la imagen multispectral correspondiente. Aún cuando en el esquema de la figura 5.1, estos aspectos se encuentran dilucidados, resulta interesante anotar que la imagen multispectral de una escena dada, representa no nada más la distribución espacial de las propiedades físicas promedio de ésta observadas a distancia, sino que también representa en forma implícita o explícita la respuesta finita del dispositivo sensor y de los mecanismos de interferencia, siempre presentes, a la medida de las variables de la escena. La imagen por tanto es una simplificación de la escena, limitada por el comportamiento del sensor y por los fenómenos de interferencia que degradan la información que deseamos obtener de la escena. Estos fenómenos de interferencia o degradación, constituyen fenómenos físicos bien definidos que deben verse en realidad como sistemas físicos interaccionando, a veces estrechamente, con el sistema que es de nuestro interés básico. En ciertas ocasiones la degradación que sufre la imagen resultante no es de consideración; en otras ocasiones es de tal magnitud que enmascara o distorsiona los datos producto del experimento, a tal grado que la interpretación que se pretende hacer del sistema físico se torna muy difícil o imposible. La presencia de mecanismos de degradación en el proceso de captura de una imagen no constituye una limitación o un defecto de las situaciones experimentales existentes en Percepción Remota, más bien es un hecho inherente a las ciencias experimentales en cuanto a los métodos e instrumentos de observación y en cuanto al comportamiento de la naturaleza misma. Es responsabilidad del investigador, sin embargo, el procurar evitar o minimizar cualquier tipo de degradación en el arreglo experimental correspondiente. De

lo arriba expuesto debemos por tanto dejar claro que al caracterizar matemáticamente una imagen multispectral hemos de plasmar también la respuesta finita del detector y las fuentes de degradación presentes. Es por tanto la caracterización matemática de una imagen multispectral el primer paso hacia la interpretación y modelado del comportamiento de nuestro sistema físico.

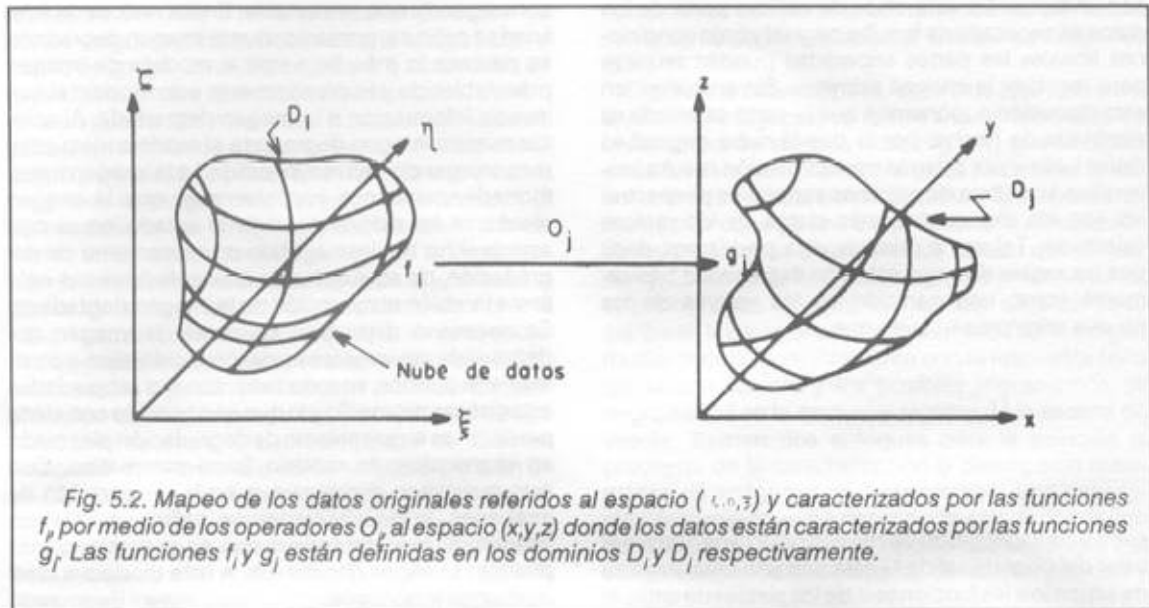
En la figura 5.1 se presenta un elemento complejo de la Percepción Remota y es aquel que se refiere al análisis de la imagen multispectral. En el capítulo 3¹ introdujimos en forma conceptual los elementos más importantes para el análisis de una imagen digital y en ese capítulo establecimos las bases para afirmar que el análisis de una imagen se desglosa en dos grandes temas: el procesamiento de los datos multispectrales y el reconocimiento de patrones, de tal forma que podemos establecer la siguiente suma simbólica:

$$\text{Análisis de imágenes} = \text{Procesamiento de imágenes} + \text{Reconocimiento de patrones}$$

(5.1)

Podemos, a su vez, decir que el procesamiento de imágenes es el conjunto de transformaciones al espacio, donde se encuentran referidos originalmente los datos multispectrales, con el objeto de poner en evidencia o realzar un cierto conjunto de patrones espaciales o espectrales. Es posible definir con mayor formalidad este conjunto de transformaciones. Para esto consideremos la figura 5.2, donde se resume el siguiente razonamiento: los datos que componen la imagen multispectral original son graficados en un espacio de tantas dimensiones como bandas tenga la imagen.

En la figura 5.2 se ha representado, por simplicidad, un espacio Euclidiano de tan sólo 3 dimensiones, pero en general se tendrán espacios n -dimensionales generados por sistemas de coordenadas oblicuas. Los dominios D_1 y D_2 están constituidos por regiones conectadas simples y pueden verse también como hipervolumenes en espacios n -dimensionales. Los operadores $\{O_j\}$ siendo acotados y finitos, realizan un mapeo de los datos del espacio de entrada (x, y, z) al espacio de salida (x', y', z') , donde los datos están representados por las funciones s_j , de tal manera que en este nuevo espacio quedan en evidencia o son realzados cierta clase de patrones. Desde luego, la forma de los operadores $\{O_j\}$ debe estar diseñada como para realzar precisamente aquellos patrones que son de nuestro interés. Podemos decir aquí que el procesamiento digital de imágenes es aquel conjunto de técnicas matemáticas para el diseño y formulación de los operadores $\{O_j\}$ necesarios en una o varias tareas específicas de realces de patrones, es decir que el procesamiento de imágenes tiene como finalidad última el realce de una o varias clases de cobertura¹. Ahora podemos ver con mayor claridad, que en la serie de ejemplos dados al principio de este capítulo, los problemas comunes a



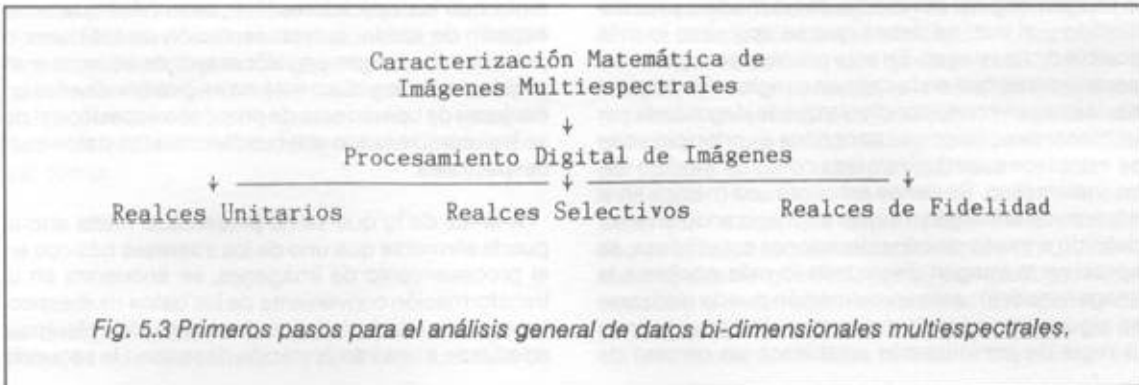
los que se enfrentan los diferentes investigadores son la caracterización de sus datos y el realce de patrones.

El procesamiento de imágenes, siendo un conjunto de técnicas matemáticas y computacionales, puede ser dividido en tres secciones que son desglosadas en razón del tipo de mapeo que ejecutan los operadores (O_j) , estos tres grandes grupos se muestran a continuación a la luz de lo que hemos discutido hasta ahora.

La primera etapa pues en el análisis de datos experimentales bi-dimensionales consiste en la caracterización matemática de los mismos y una vez con esto en la mano, se procede a dar los primeros pasos para el análisis que necesariamente está conectado con el tipo de datos con que se cuenta. Sólo los datos de carácter más general pueden ser realzados en cualquiera de los tres tipos de realces mostrados en la figura 5.3; esto deberá quedar claro al finalizar la discusión del presente capítulo. Los realces unitarios están constituidos por aquellos operadores que definen transformaciones unitarias o reversibles; es decir, los operadores correspondientes cumplen con un juego de condiciones de ortonormalidad que serán expuestas en el próximo capítulo. Por su natu-

raleza, los realces unitarios no añaden ni quitan información al conjunto de los datos transformados, o en otras palabras, el mapeo que se esquematiza en la figura 5.2 puede ser hecho en ambas direcciones. Los realces unitarios pueden verse también como una multirrotación y elongación de los ejes coordenados del espacio original. En ciertas ocasiones los realces unitarios se ven como transformaciones de tipo general para establecer criterios básicos para un procesamiento ulterior, por lo que puede decirse que, en este contexto, forman un grupo de preprocesamiento de imágenes. Nosotros preferimos incluir a los realces unitarios como simplemente un grupo más en el procesamiento de imágenes.

A diferencia de los realces unitarios, los realces selectivos sí suprimen información, pues como su nombre lo indica el realce se realiza en forma selectiva, por lo que una cierta clase de patrones se pone en evidencia a costa de otra clase, o bien a costa del resto de la imagen. En otras palabras, ciertos patrones son realzados y otros son suprimidos y como en este proceso una cierta cantidad de información es eliminada, resulta claro, entonces, que los realces selectivos no pueden ser reversibles y desde luego no



son unitarios. En esta clase de realces parte de los datos es separada de la nube original y bajo condiciones lineales las partes separadas pueden reunirse para recobrar la imagen primitiva. Sin embargo, en esta discusión suponemos que la parte separada es eliminada de hecho, por lo que la nube original es disminuida y por tanto la transformación resulta irreversible. Los filtros de patrones espaciales y espectrales son los exponentes más claros de los realces selectivos. Tal vez a primera vista podríamos decir que las reglas de segmentación expresadas básicamente como una partición de los valores de los pixeles originales p_i , tales que

$$p_f = \begin{cases} G(p_i) & \text{si } G(p_i) \geq T \\ 1 & \text{si } G(p_i) < T \end{cases} \quad (5.2)$$

caen dentro del grupo de realces selectivos, ya que el valor del pixel de salida p_f está definido binariamente de acuerdo a las funciones G de los pixeles de entrada y de acuerdo a un umbral T de decisión. Sin embargo, aquellos pixeles de salida cuyo valor asignado sea uno no son en realidad suprimidos, sino que son lógicamente separados del resto y de acuerdo a la regla G^{-1} pueden ser eventualmente reunidos con el resto de los pixeles originales. En este punto podemos hacer una afirmación muy importante: que todas las reglas de transformación puntuales, como la segmentación, son reversibles; pero que las reglas de transformación regionales son no-reversibles. Las transformaciones puntuales de hecho son combinaciones lineales de los valores de los pixeles en las diferentes bandas que componen la imagen de entrada y las transformaciones regionales se refieren a operaciones sobre un cierto conjunto de pixeles, normalmente conexos o vecinos, cuyo resultado produce un solo pixel de salida. A las transformaciones regionales se les llama también transformaciones de vecindad. Por supuesto que los filtrajes pueden expresarse como transformaciones de vecindad², las que generalmente se ejecutan banda por banda, aunque en ciertos casos puedan ser definidas sobre hiperregiones contenidas en el espacio generado por la imagen multispectral original.

En los realces de fidelidad se agrega información a la imagen original por medio de un modelo preestablecido y al cual se desea que se aproxime lo más posible dicha imagen. En este proceso se supone necesariamente que en la captura y registro de la escena, la imagen correspondiente queda degradada por un mecanismo físico que se conoce en principio y que se establece cuantitativamente como un modelo físico-matemático. Se define entonces una métrica en el espacio de la imagen modelo y minimizando un error definido a través de consideraciones estadísticas, se aproxima la imagen degradada lo más posible a la imagen modelo; esta aproximación puede realizarse en algunos casos en forma iterativa siempre y cuando la regla de minimización establezca un camino de

convergencia que sea estable. En los realces de fidelidad se procura, por tanto, que la imagen degradada se parezca lo más fielmente al modelo de imagen preestablecido y es precisamente este modelo el que inyecta información a la imagen degradada. Al acercar nuestra imagen degradada al modelo ideal estamos otorgando una mayor calidad a la imagen transformada, pensamos implícitamente que la imagen resultante ha sido restaurada al estado en el cual estaría si no hubiese existido un mecanismo de degradación, de aquí que a un realce de fidelidad se le llame también restauración de la imagen degradada. Es necesario dejar bien claro que la imagen no-degradada obviamente es desconocida pixel a pixel; lo que se conoce, en todo caso, son sus propiedades estadísticas promedio y lo que es conocido con cierta precisión es el mecanismo de degradación plasmado en el mencionado modelo físico-matemático. Con esto queremos expresar que en la restauración de imágenes, lo que hacemos es definir un ideal de imagen, al cual deseamos que se asemeje lo más posible la imagen degradada. A este modelo o ideal de imagen le concedemos un valor mayor de acuerdo a las condiciones de nuestro problema. La imagen restaurada o no-degradada es obtenida entonces a partir de la imagen degradada, del modelo de degradación y de la regla de minimización de error. Qué tipo de información es útil para nosotros y cuál no lo es, tiene mucho que ver con el valor que asignemos a la imagen restaurada. El valor de la información está, pues, ligado a la calidad que pensamos tiene la imagen restaurada porque las nociones de valor y calidad son subjetivas al analizador de imágenes. Al hacer cualquier tipo de realce sobre una imagen multispectral, estamos transformando los datos originales de acuerdo al esquema de la figura 5.2 y los estamos enviando a un espacio donde en su nueva representación les asignamos un mayor valor. Aunque suene paradójicamente extraño, esto es así aún en los realces selectivos donde se pierde información, puesto que a fin de cuentas estamos restringiendo voluntariamente nuestro universo de análisis a sólo una parte de los datos originales multispectrales y es precisamente a la nueva representación de esta porción de los datos a los que concedemos un mayor valor y al resto de los datos les damos poco o nulo valor porque no son de nuestro interés para un problema determinado. En todos los casos del procesamiento de imágenes multispectrales, se busca por tanto que los operadores $\{O_j\}$ sean tales que en el espacio de salida, la representación de los datos o parte de ellos tengan un valor mayor de acuerdo a un problema dado y claro está no es posible diseñar un conjunto de operadores de propósito específico si no se han caracterizado adecuadamente los datos multispectrales.

A la luz de lo que se ha presentado hasta ahora, puede afirmarse que uno de los intereses básicos en el procesamiento de imágenes, se encuentra en la transformación conveniente de los datos multispectrales para relacionarlos a un marco de referencia adecuado a una interpretación deseada. Un segundo

interés se encuentra en la extracción particular de ciertos rasgos o características de una imagen, con el objeto de apoyar un análisis humano o automático de tales datos. En los dos casos mencionados, parte o toda la información inherente a la imagen es realzada, inhibida, minimizada o simplemente eliminada con el objeto primordial de poner en evidencia uno o varios rasgos de la imagen determinados de antemano. El procesamiento de imágenes, así, se convierte de hecho en un ayudante inteligente para la interpretación ya sea cualitativa o cuantitativa de la información contenida en la imagen. Hay que decir aquí que la interpretación cualitativa no necesariamente es subjetiva, sino que, en todo caso, es un proceso no referido a una escala o patrón previamente definido. La interpretación cualitativa puede ser, por ejemplo, de tipo booleana, es decir, la decisión puede consistir en establecer la existencia o no de un patrón, o bien en la utilidad o no de una información dada. Si la interpretación es de tipo cuantitativa, entonces puede referirse a la existencia de uno o varios estados espaciales¹ de la imagen o a la morfología de una cierta clase de patrones. En este último tipo de interpretación se trata de decidir de acuerdo a una regla pre-establecida, sobre la presencia o ausencia de un patrón o una clase de patrones (clase de cobertura) y estimar o evaluar ciertos de los rasgos morfológicos de los patrones a través de un modelo matemático y una métrica. Los rasgos morfológicos de un patrón espacial o la manifestación espacial de un patrón espectral, pueden referirse a la forma, textura, tamaño, perímetro, centroide, área, o parámetros geométricos de estructuras espaciales regulares. La decisión cuantitativa a la que nos referimos se conoce como reconocimiento de patrones y constituye el segundo gran aspecto del análisis de imágenes junto con el procesamiento de las mismas. En este trabajo no intentamos atacar el problema del reconocimiento de patrones por ser un tema extremadamente extenso y complejo. En referencia al análisis de imágenes ahora podemos verlo de otra manera, por lo que diremos que este análisis consiste en la medida morfológica de patrones, antecedida por la transformación geométrica de la imagen que los pone en evidencia. Entonces, el procesamiento de imágenes es aquel conjunto de transformaciones geométricas diseñadas para realzar uno o varios patrones, mientras que el reconocimiento de los mismos sólo puede hacerse a través de los modelos matemáticos que caracterizan los diferentes aspectos morfológicos de los patrones. El reconocimiento de patrones sigue generalmente a la transformación geométrica, de tal forma que si a éste lo expresamos simbólicamente como O_r y al procesamiento de imágenes como O_p , entonces tenemos que el análisis de imágenes se puede expresar como:

$$\text{Análisis de imágenes} = O_r(O_p(g))$$

(5.3)

es decir, el operador O_r opera sobre la imagen g después que el operador O_p , y a esta sucesión de

operaciones se refería la suma simbólica planteada con anterioridad en relación al análisis de imágenes (5.1).

El primer problema, pues, dentro de la temática del análisis de imágenes, se refiere a la comprensión de la estructura del sistema físico (fig. 5.1) que se desea estudiar. Esta comprensión implica finalmente la elaboración de un modelo del sistema y que necesariamente trae consigo una simplificación o idealización de los parámetros o variables de estado que lo definen y, como ya se había mencionado anteriormente, el principio de la comprensión del sistema físico estriba en la caracterización matemática de la imagen multispectral, conjuntamente con la respuesta finita del sensor remoto y los posibles mecanismos de degradación en la captura y registro de la escena de interés. Existen dos enfoques para la solución al problema de la caracterización o descripción matemática de imágenes multispectrales: una descripción determinista y una descripción estadística de tipo estocástico. El tipo de descripción que se aplique a la imagen depende básicamente de su complejidad y del grado de simplificación empleado o deseado. En una descripción determinista se suponen conocidas o se conocen las relaciones de valor que generan cada pixel de la imagen y la relación con sus respectivos vecinos y, a partir de éstas se define una función matemática $z = g(x, y, i)$ donde se consideran entonces relaciones puntuales y regionales de la imagen. El parámetro i (iota) representa las diferentes bandas de la imagen y z está definida $\forall (x, y, i) \in D_j$. De hecho podemos decir que al caracterizar la imagen, estamos caracterizando la escena correspondiente, con lo que para caracterizar al sistema físico debemos describir, entonces, todas las escenas relevantes a éste. La función $g(x, y, i)$ es la relación que define la imagen correspondiente a una escena dada, es decir, la imagen es la representación matemática o modelo matemático de una escena del sistema físico. En la práctica, sólo aquella sub-clase de imágenes llamadas gráficas pueden ser con toda certeza descritas en forma determinista y en casos sencillos como imágenes binarias o imágenes tipo mapas, la descripción puede ser también la misma. En una descripción estadística no se conocen, o no se emplean, las relaciones de valor que den una función definida y única entre los pixels de la imagen, sino que ésta se describe más bien a través de propiedades promedio, utilizando las funciones de distribución y densidad, funciones que desde luego son de tipo probabilístico. En una descripción de tipo estadístico no se conocen las relaciones de valor que generan cada pixel de la imagen; en otras palabras, a la hora de realizar las medidas sobre los CIV de la escena no se sabe con certeza cuál será el valor resultante de tales medidas, por lo que el valor que pudiera tener un pixel es manejado únicamente en términos probabilísticos. Debe quedar claro que lo que es de orden probabilístico es el resultado de la medida sobre un CIV de la escena, puesto que ésta, por su complejidad, no se conoce y lo que sí es determinista es la respuesta del sensor, la cual es siempre la misma o al menos se conoce la manera en que responde bajo diferentes

condiciones. En el diseño y construcción de un sensor remoto, el estudio de la respuesta en diferentes situaciones es establecida y delimitada, de tal forma que es bien conocida la manera como reacciona el sensor cuando un cierto tipo de predeterminada radiación incide sobre él. En una gráfica se conoce la función matemática que la caracteriza, por lo que se puede saber con probabilidad igual a uno cuál será el valor de un pixel dado, es decir, se conoce la relación de valor que genera cada pixel de la gráfica. En la descripción estadística la variable $z = g(x, y, t)$ se define como una variable aleatoria. En referencia a la figura 5.1 y a lo expuesto hasta ahora, podemos decir que la caracterización de los diferentes aspectos en la captura y registro de una imagen es como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 5.1. Tipo de modelaje y caracterización de diferentes aspectos en la captura y registro de una imagen.

Modelaje	Aspecto	Caracterización
físico-matemático	sistema físico	determinista o estocástica
físico-matemático	sensor remoto	determinista
matemático	proceso de captura	determinista
matemático	datos	determinista u estocástica
físico-matemático	fenómeno físico	determinista o estocástica

Una imagen multispectral se obtiene siempre a través de un mecanismo de captura de información de la escena; los posibles mecanismos son muchos, pero pueden dividirse en directos (de contacto) o indirectos (Percepción Remota), dependiendo del

método de captura. Si en este proceso de captura el valor de $z = g(x, y, t)$ está bien determinado, el proceso es determinista; pero si está regido por leyes probabilísticas, entonces el proceso es estocástico. En cualquier caso dicho proceso puede verse como una operación realizada sobre la escena y de aquí que el sistema de captura sea entonces un operador que transforma la información del marco de referencia de la escena al de la imagen; o bien, visto de otra forma, la escena puede considerarse como una imagen continua que transformada a una representación digital queda registrada quasi-permanente. Esta consideración es muy importante ya que la transformación escena - imagen será matemáticamente igual a la transformación imagen - imagen. Por otro lado, es posible afirmar que una imagen multispectral es siempre la representación espacial de la distribución de energía radiante proveniente de la escena para un conjunto de intervalos de energía, cada intervalo correspondiendo a una banda de la imagen multispectral. Por energía radiante entendemos aquí, radiación corpuscular o radiación ondulatoria (acústica o electromagnética); es decir, nos referimos a cualquier fenómeno de transporte de energía. En su forma más general, la función que caracteriza dicha distribución espacial de energía radiante depende de las coordenadas espaciales, del tiempo t y de un parámetro i (iota). En el caso de radiación ondulatoria, representa un intervalo de longitud de onda y en el caso de radiación corpuscular, es un intervalo de energía, del haz de partículas incidentes al sistema físico. El parámetro i es por tanto una banda cualquiera de una imagen multispectral. En sistemas modernos de procesamiento de imágenes con diversas aplicaciones, dicho parámetro puede representar bandas extras o virtuales, no originalmente capturadas por el

tipo de modelo	continuo ↓ continuo	continuo ↓ discreto	discreto ↓ discreto
constricción o limitación			
principio de causalidad	$f(\xi, \eta) \geq 0, \forall (\xi, \eta)$ $g(x, y) \geq 0, \forall (x, y)$ $h(x, y; \xi, \eta) \geq 0, \forall (x, y, \xi, \eta)$	$f(\xi, \eta) \geq 0, \forall (\xi, \eta)$ $g(k, l) \geq 0, \forall (k, l)$ $h(k, l; m, n) \geq 0, \forall (k, l, m, n)$	$f(m, n) \geq 0, \forall (m, n)$ $g(k, l) \geq 0, \forall (k, l)$ $h(k, l; m, n) \geq 0, \forall (k, l, m, n)$
principio de conservación de energía radiante	$\int \int f(\xi, \eta) d\xi d\eta = \int \int g(x, y) dx dy$ $\int \int h(x, y; \xi, \eta) dx dy = 1, \forall (\xi, \eta)$	$\int \int f(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_k \sum_l g(k, l)$ $\sum_k \sum_l h(k, l; m, n) = 1, \forall (\xi, \eta)$	$\sum_m \sum_n f(m, n) = \sum_k \sum_l g(k, l)$ $\sum_k \sum_l h(k, l; m, n) = 1, \forall (m, n)$

Si además de esto se impone una lattice ortonormal de muestreo con independencia observacional, se tiene separabilidad de la función de transferencia: $h(x, y; \xi, \eta) = h_1(x, \xi)h_2(y, \eta)$.

Tabla 5.2.- Constricciones y limitaciones al proceso de transformación de imágenes.

sensor remoto sino agregadas a la imagen capturada. Así, por ejemplo, en estas bandas virtuales pueden quedar almacenados datos geoquímicos, magnéticos, gravimétricos o topográficos, en el caso de aplicaciones geofísicas. Para aplicaciones biomédicas, las bandas extras pueden contener datos químicos y para imágenes relacionadas con problemas industriales (radiografías y neutrografías), la distribución de temperaturas superficiales bien puede quedar adicionada a la imagen original. Entonces escribiremos la función que representa una imagen multiespectral como

$$g_{\min} \leq g(x, y, t) \leq g_{\max} \quad (5.4)$$

Los valores que puede tomar la función g son finitos y dependen de la escala utilizada para representarlos. Los valores de las coordenadas (x, y) también están acotados y su intervalo de validez depende del tamaño espacial asociado a la imagen y del sistema de coordenadas empleado. En cambio el parámetro t puede tomar en principio cualquier valor a partir de cero. Las consideraciones para el tiempo t son algo diferentes: se considera aquí que t es el momento en el cual se captura la escena y para que esta consideración sea válida, se necesita que el tiempo que lleva capturar dicha escena sea mucho menor al tiempo que requiere el sistema físico para experimentar cualquier cambio. Con esta consideración estamos asumiendo en la práctica, que la captura de una escena es "instantánea", de otra forma tendríamos no-linealidades que no son convenientes en ningún sistema de captura de imágenes. Es necesario también suponer que el sistema de captura de imágenes es no destructivo, sobre todo cuando se requiere de varias observaciones sobre la escena para obtener una imagen multiespectral, tantas observaciones como bandas tenga la imagen. La función g puede ser vista como un campo escalar o vectorial. Si la imagen es multiespectral en relación al

parámetro t , es decir si g está definida para un conjunto de valores de t , el campo es vectorial. Pero si está definida para un solo valor de t , entonces el campo es escalar. La función g puede ser real o compleja dependiendo de si se mide o no la fase y la amplitud de una señal ondulatoria o de un haz de iones polarizados.

5.2.- Proceso de Medida Sobre un CIV

En el proceso de muestreo para capturar y registrar una escena (figs. 11¹ y 5.4), uno de los primeros problemas que puede llegar a ser de consideración, es el provocado por la apertura finita (s) del detector de un sistema de captura de datos bi-dimensionales que, a través de un mecanismo de barrido (punto a punto, lineal o matricial) produce una imagen digital. El ángulo sólido finito definido por la apertura finita de este detector, introduce una frecuencia de corte que debe ser tomada en cuenta cuando se establece la frecuencia de muestreo (Teorema de Muestreo). Esto es importante, ya que dicha frecuencia de corte puede ser vista como el resultado de un filtraje pasa bajas, el que en algunos casos puede ser utilizado con ventaja para eliminar patrones o ruido de alta frecuencia que no son de interés para el observador. Hagamos este análisis en dos pasos; en primera instancia consideremos la frecuencia de corte introducida por la apertura finita del detector, cuando ésta no es muy pequeña comparada con el área S del CIV, para posteriormente obtener la frecuencia de corte producida por el valor finito del CIV. Además de esto, el campo instantáneo de vista, el que está en relación directa con la resolución espacial del sistema de captura, depende de la geometría particular escena/detector. Es por esto que en algunas ocasiones, al CIV se le llama elemento de resolución. Sea entonces s el área interna del detector sobre el cual se proyecta el campo instantáneo de vista y sea (u, v) el sistema de coordenadas cartesianas a las que s es referida. A medida que evoluciona el proceso de muestreo a lo largo de una línea de barrido, el detector capta sobre su cara interna, una distribución de intensidad de radiación $I(u, v, t)$. De esta manera y como una respuesta del mecanismo de detección, se establece a la salida del detector una distribución de valores (normalmente voltajes) de intensidad dependiente del tiempo, proporcional a la cantidad de radiación que incide por unidad de tiempo, por unidad de ángulo sólido y que está dada por

$$A(t) = \int_S I(u, v, t) du dv \quad (5.5)$$

y que generalmente se mide en mw/s/sterad. A medida que pasa el tiempo se produce una secuencia de valores $A_i = A(t_i)$ uno para cada CIV de la línea de barrido. La salida A_i del detector normalmente es discretizada por medio de un convertidor analógico/digital, a una escala de valores aquí discretos con un rango de 0 a $2^m - 1$, donde m se escoge entre 5 y 8. Estos valores discretos son los que constituyen los pixels de la línea de barrido en cuestión.

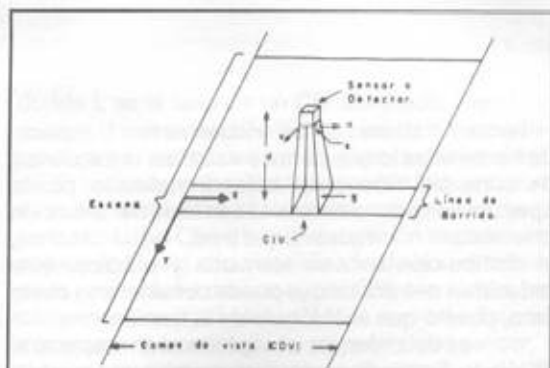


Fig. 5.4.- Geometría de la relación del sensor con la escena. La cara interna s del sensor subtende al CIV cuya área es S , sobre una línea de barrido para un campo de vista (CDV).

Sea ahora y la abscisa al origen de la línea de barrido y x la ordenada al origen del CIV. Sea también (fig. 5.4) u paralelo a x y v $[-1/2, 1/2]$ el intervalo cerrado que cubre s sobre la dirección u . Entonces para un barrido lineal se tiene $x = kt$, donde k es una constante. Algunos sistemas de captura (Landsat) tienen barridos no-lineales pues utilizan un espejo oscilatorio; para éstos $x = k \sin(\omega t)$, donde ω es la frecuencia de oscilación. No restamos generalidad al presente desarrollo cuando consideramos un barrido lineal, puesto que el mismo razonamiento puede ser hecho para otras relaciones entre x y t siempre y cuando se tenga la función correspondiente. Por tanto la distribución de intensidades $A(x)$ puede ser vista como una función de x

$$A(x) = \int_S I'(x+u, v) \, du \, dv \quad (5.6)$$

donde I' es la distribución de intensidades para un barrido lineal. Es decir, que se ha eliminado la dependencia en el tiempo para proceder a posicionarse en una x en la línea de barrido y sumar así sobre u para el área que cubre la cara interna del detector. Con el cambio de variable $u' = u + x/k$ y escribiendo explícitamente los límites de integración para u' , se tiene

$$A(x) = \int_{x-1/2}^{x+1/2} I'(u', v) \, du' \, dv \quad (5.7)$$

ya que $du' = du$ puesto que x se fija cada vez que se suma sobre u . De tal forma que si se denomina I_v a la suma de intensidades sobre la coordenada v , entonces la distribución $A(x)$ se escribe como

$$A(x) = \int_{x-1/2}^{x+1/2} I_v(u') \, du' \quad (5.8)$$

Hemos hecho esta simplificación pues suponemos que el barrido sobre x es independiente al barrido sobre y , además de que el ancho de la línea de barrido se considera ser mucho menor al tamaño de la imagen. La expresión (5.8) nos indica que el detector es una ventana que se mueve a lo largo del eje x y que $A(x)$ es la distribución de promedios de intensidad de radiación sobre el mismo eje. El efecto que produce esta integración sobre x es el de un filtraje de paso bajo, con una frecuencia de corte que está explícitamente relacionada con el rango $[-1/2, 1/2]$ el que se encuentra definido por la apertura del detector.

Sea ahora $\hat{I}(\omega)$ la transformada de Fourier de $I_v(u)$

$$\hat{I}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega u} I_v(u) \, du \quad (5.9)$$

donde τ es un índice mudo de suma. Consideremos también la transformada de Fourier de $A(x)$

$$\hat{A}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega x} \int_{x-1/2}^{x+1/2} I_v(\tau) \, d\tau \, dx \quad (5.10)$$

y con el cambio de variable $\tau' = \tau - x/k$ válido desde luego para el barrido lineal, se tiene

$$\hat{A}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega x} \int_{-1/2}^{1/2} I_v(\tau' + x/k) \, d\tau' \, dx \quad (5.11)$$

y reescribiendo ésta última expresión, nos queda la siguiente relación

$$\hat{A}(\omega) = \int_{-1/2}^{1/2} I_v(\tau + x/k) e^{-j\omega x} \, dx \, d\tau' \quad (5.12)$$

Como ahora $\hat{I}(\omega)$, es la transformada de Fourier de I_v , entonces por el teorema de Shifting tenemos lo siguiente

$$\hat{A}(\omega) = \int_{-1/2}^{1/2} \hat{I}(\omega) e^{-j\omega \tau'/k} \, d\tau' \quad (5.13)$$

Lo que quiere decir que después de la integración, la expresión para la transformada de Fourier de la distribución de intensidades queda finalmente como

$$\hat{A}(\omega) = 2\hat{I}(\omega) \operatorname{sinc}(\omega/2k) / \omega = \hat{I}(\omega) \operatorname{sinc}(\omega/2k) \quad (5.14)$$

Tanto como se encuentran en el espacio de frecuencias lo que permite visualizar la frecuencia de corte del filtro pasa bajas introducido por la apertura finita del detector. Un análisis de la función $\operatorname{sinc}(\omega/2k)$ muestra que para $|\omega| = 2k\pi/1$, la distribución $A(x)$ es atenuada y prácticamente reducida a un valor tal que puede considerarse como cero, puesto que el 2º lóbulo de la función $\operatorname{sinc}(\omega/2k)$ es del orden de un vigésimo con respecto al 1º lóbulo. Esto indica entonces que para una apertura finita y no despreciable con respecto al CIV, se introduce una frecuencia de corte que es inversamente proporcional al tamaño de la apertura del detector. De aquí que tengamos un primer principio de conservación que nos dice que la información

en $\Lambda(x)$ no puede exceder a la de la escena. Otro punto importante en relación a estas consideraciones, en el proceso de transformar una escena a una imagen digital, es el de saber con qué frecuencia durante el barrido, la función $\Lambda(x)$ va a ser evaluada; esto será tratado en el Teorema de Muestreo. Es esencial conocer esta frecuencia de muestreo, pues ella determina directamente el intervalo de tiempo óptimo por el cual se divide el tiempo total de barrido. Desde luego la frecuencia de muestreo no puede exceder a la frecuencia de corte ω_c^s derivada anteriormente y, además, esta frecuencia de muestreo no puede ser tal que impida al detector permanecer el tiempo mínimo de residencia necesario en cada CIV de la escena. De otra manera la relación señal/ruido no sería la adecuada para el valor digitizado de $\Lambda(x)$. En otras palabras podemos decir que la frecuencia de corte, la de muestreo y la respuesta del detector son parámetros de suma importancia en todo diseño de un sistema de captura de imágenes.

El segundo punto importante que vamos a considerar en relación a la geometría: sensor/escena, es el que se refiere a la frecuencia de corte ω_c^{CIV} introducida por el tamaño finito del CIV; donde en general $\omega_c^{CIV} > \omega_c^s$ ya que $S > s$ (fig. 5.4). El razonamiento es muy similar al arriba desarrollado, ya que el sensor está midiendo las propiedades promedio de todos los objetos que se encuentran en el CIV enfocado por el sensor. En otras palabras, el sensor integra toda la radiación, por unidad de tiempo, por unidad de ángulo sólido, que proviene del CIV en cuestión, siendo esta integración de radiación a la que nos referimos como las propiedades promedio. De esta forma se introduce una frecuencia de corte cada vez mayor a medida que se reduce el tamaño del CIV, puesto que los ocuparán objetos de menor tamaño. Con este razonamiento podemos afirmar sin necesidad de calcular la integración de radiación sobre el CIV, que la frecuencia de corte está dada por:

$$\omega_c^{CIV} = 2\pi/L$$

(5.15)

donde L es el lado de un CIV cuadrado. Para CIV^{as} rectangulares se tendrán frecuencias de corte diferentes para las direcciones x, y . Es claro que en el diseño de un sistema de captura de imágenes lo que importa es saber cual es la frecuencia de corte menor: la del sensor o la del CIV. En la investigación experimental es muy posible que lo que defina finalmente el tamaño de la apertura del detector y del CIV, sea el conjunto de restricciones de índole práctico como: la distancia del sensor a la escena, la respuesta del sensor, el movimiento relativo del sensor y la escena y, el volumen de datos razonablemente manejables por computadora. Sólo en contados casos se tiene suficiente libertad para decidir la frecuencia de corte que mejor convenga a los objetivos de un experimento dado. Hemos analizado hasta aquí los aspectos más impor-

tantes de la medición de las propiedades promedio de cada CIV de la escena.

Supongamos ahora que tenemos un sistema de barrido para discretizar toda la escena, veamos entonces cuantos CIV debemos medir, en qué tipo de arreglo espacial deben estar estos elementos sobre la escena y qué condiciones se deben cumplir para que el conjunto de medidas represente adecuadamente a la escena.

5.3.- Teorema de Muestreo

Un segundo aspecto de gran importancia en la captura de una escena, es como ya se había mencionado antes, el de la frecuencia de muestreo para discretizar el promedio de intensidades $\Lambda(t)$. Esta frecuencia de muestreo debe ser tal que permita la reconstrucción del detalle espacial más fino de la escena. Por otro lado es esencial muestrear la función $\Lambda(t)$ a la frecuencia óptima, pues un sobremuestreo produciría un exceso de datos innecesarios que harían más costoso el trabajo computacional. Además si el muestreo es subóptimo se perderán detalles de la escena que pueden ser importantes en la interpretación de un fenómeno dado. Es importante mencionar que ciertas aplicaciones del análisis de imágenes, como la prospección geofísica a partir de imágenes satelitarias, no requieren de la preservación de los detalles más finos de la escena, más aún éstos son innecesarios dada la escala regional requerida en dicha prospección. En otras aplicaciones como la Biomedicina se necesitará de todo detalle posible.

La frecuencia de muestreo mencionada la determina el Teorema de Muestreo³ que se enuncia como sigue: "Una función $f(x, y)$ cuya transformada de Fourier es igual a cero para $\omega_x > \omega_x^c$ y $\omega_y > \omega_y^c$, está unívocamente determinada por los valores tomados en puntos uniformemente espaciados en el plano (x, y) , siempre y cuando los espacios entre los puntos satisfagan las siguientes condiciones: $\Delta x \leq 1/2\omega_x^c$ y $\Delta y \leq 1/2\omega_y^c$. En términos físicos, el período de muestreo debe ser igual o menor que la mitad del tamaño del más fino detalle dentro de la escena. Para clarificar esto un poco más recordemos el concepto de frecuencia espacial desarrollado en el capítulo 3¹, en donde se explicó la idea de textura de una imagen digital. La digitización espacial de una escena implica necesariamente su cuantización espectral, la que consiste en establecer un intervalo del espectro electromagnético o de energía, en el que se hacen las medidas correspondientes y en definir una escala de niveles discretos contra la que se comparan las intensidades $\Lambda(t)$ de radiación provenientes de cada elemento (CIV) de la escena. Al proceso de discretización espacial, es decir a la división de la escena en CIV regulares y no separados le llamaremos digitización. Al proceso de discretización espectral le llamaremos cuantización (también se le llama discretización radiométrica). Ambos son formalmente independientes, pero tienen mucho que ver en la representación adecuada de la escena. Entonces el proceso de discretización espacial tiene como resul-

tado una matriz

$$[f_i(i,j)] = \begin{bmatrix} f(1,1) & f(2,1) & \dots & f(N,1) \\ f(1,2) & f(2,2) & \dots & f(N,2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f(1,M) & f(2,M) & \dots & f(N,M) \end{bmatrix} \quad \text{para una} \\ \text{1 dada} \quad (5.16)$$

que representa aproximadamente la función de la escena $f(x,y)$ para una banda i y para (i,j) enteros. Nótese que el tiempo no aparece explícitamente puesto que consideramos que la captura de la escena es, para todo orden práctico, instantánea. Los elementos de la matriz (5.16) tienen las siguientes características: 1).- El elemento $f(i,j)$ de la imagen digital representa la subárea $\Delta x \Delta y$ de la escena o imagen continua; 2).- Existe una relación unívoca entre cada elemento de la imagen digital y cada CIV de la escena; 3).- El valor del elemento $f(i,j)$ referido a la escala de niveles discretos, es proporcional a las características espectrales promedio de las medidas hechas sobre el CIV correspondiente de la escena; 4).- El número de elementos de la matriz (5.16) para una escena dada, es decir los valores de N y M , junto con la escala de niveles discretos, define la resolución de la imagen digital, es decir el grado de detalle discernible de la escena; 5).- El número de elementos (N,M) , la escala de cuantización, la relación señal/ruido, los factores de contraste⁴ y la agudeza de los bordes de las clases espectrales, definen en conjunto y en una relación compleja⁵ lo que se conoce como calidad de la imagen digital. Como en este concepto de calidad intervienen los mecanismos de la psicovisión y la apreciación humana y portanto dicho concepto cae en el campo de la subjetividad. Así, por ejemplo, una pintura de estilo surrealista, con pocos elementos (N,M) y poca agudeza en los bordes, le asignaremos, a pesar de todo un alto de grado de calidad. O bien una fotografía borrosa de un auto en movimiento, sería probablemente elegida para una exposición de arte a pesar de no satisfacer los criterios de calidad arriba mencionados. En otras palabras, si bien la calidad de una imagen está en principio definida por los parámetros arriba indicados, el modelo que utilizamos para combinarlos y producir un índice de calidad, depende de la aplicación particular que deseamos darle a nuestra imagen digital.

El proceso de muestreo o digitización puede visualizarse con la ayuda de la sucesión de figuras 5.5a - 5.5k. Por simplicidad y para entender primero en forma cualitativa dicho muestreo, consideraremos que hacemos un corte, a lo largo de una dirección paralela al eje x , de la superficie que representa los valores de la escena, obteniendo de esta forma la función $f(x)$ mostrada en la figura 5.5.a. En otras

palabras es como si esta $f(x)$ fuese la sucesión de valores a lo largo de una línea de barrido. Como lo supone el Teorema de Muestreo, la escena está limitada en frecuencia, lo que quiere decir que la respectiva transformada de Fourier de $f(x)$: $F(\omega)$, será poco más o menos como se aprecia en la figura 5.5.b. Para obtener una versión muestreada de $f(x)$ basta con multiplicar los valores de una función de muestreo $s(x)$ (fig.5.5.c), por los valores correspondientes de $f(x)$. La función $s(x)$ consiste de un tren de impulsos, infinitamente estrechos, de altura constante y con un espaciamiento Δx entre ellos. Esto desde luego en la práctica no es posible puesto que el CIV no puede hacerse infinitamente pequeño, ni la respuesta del sensor puede ser infinitamente eficiente. La transformada de Fourier de $s(x)$ (fig. 5.5.d), es también un tren de impulsos, pero con una distancia entre ellos de $1/\Delta x$ en el espacio de frecuencias. Entonces el resultado de la multiplicación de $s(x)$ con $f(x)$ (fig. 5.5c), en una función discreta que representa ala función continua $f(x)$. La posibilidad de recuperar íntegramente esta función continua, a partir de la función discreta $s(x)f(x)$, depende de la capacidad para poder interpolar correctamente entre los valores discretos de $s(x)f(x)$ y recuperar así la función continua $f(x)$. Esta capacidad está dada unívocamente por la distancia Δx , o equivalentemente por la frecuencia de muestreo. La transformada de Fourier de la versión discreta de $f(x)$, es la convolución $F(\omega)*S(\omega)$ (fig. 5.5.f), la que por la naturaleza de la convolución⁶ es en realidad una sucesión de copias de $F(\omega)$ que pueden estar o no traslapadas dependiendo de la relación que guarde la frecuencia de muestreo $1/\Delta x$ con la frecuencia de corte ω_x^c . Es claro que si la frecuencia de muestreo es relativamente alta (fig. 5.5g), las copias de $F(\omega)$ aparecerán separadas sin traslape. Es claro también que la condición de no-traslape es justamente que, $\Delta x \leq 1/2\omega_x^c$ o bien que $1/\Delta x \geq 2\omega_x^c$. Es decir que para poder recobrar la función continua $f(x)$ a partir de los valores muestreados, la frecuencia de muestreo debe ser mayor o igual que el doble de la máxima frecuencia (o detalle más fino) contenida en la escena a lo largo del eje x . Un razonamiento similar al anteriormente expuesto, puede hacerse para los valores de la escena a lo largo del eje y , siempre y cuando el muestreo a lo largo de un eje sea independiente del muestreo a lo largo del otro eje. Si la anterior condición de muestreo se cumple, entonces con una función escalón de valor adecuado (fig. 5.5i), se pueden eliminar todas las copias de $F(\omega)$ menos una (fig. 5.5.k). Lo que algebraicamente se escribe como

$$G(\omega)[F(\omega)*S(\omega)] = F(\omega) \quad (5.17)$$

de donde obviamente se puede obtener la función continua $f(x)$ aplicando la transformada inversa de Fourier a $F(\omega)$. El razonamiento cualitativo de las figuras 5.5a-k puede ser fácilmente extendido a dos dimensiones ya que en lugar de gráficas de

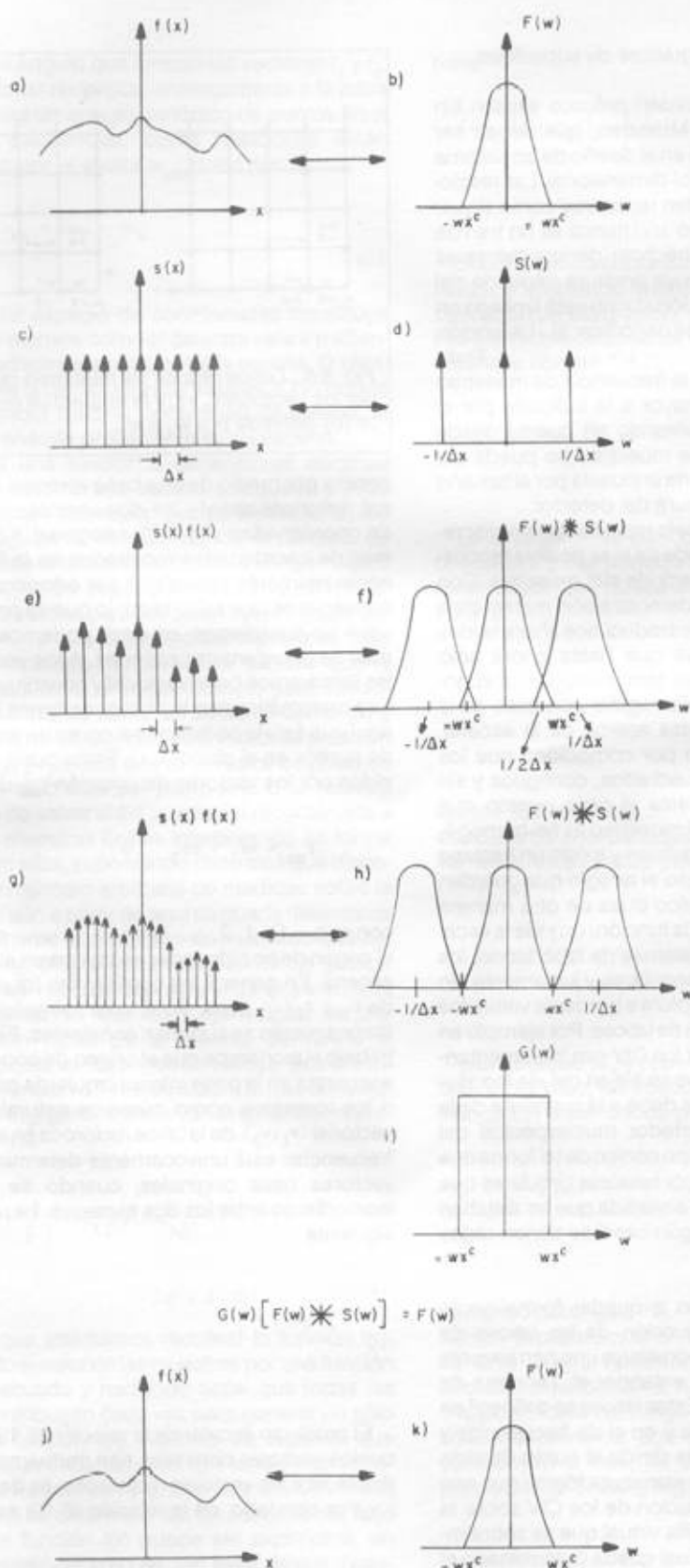


Fig. 5.5.- Diagrama cualitativo de los varios aspectos que componen al Teorema de Muestreo.

curvas se pueden utilizar gráficas de superficies.

Varias limitaciones de orden práctico existen sin embargo al Teorema de Muestreo, que deben ser tomadas en consideración en el diseño de un sistema de captura de información bi-dimensional. Las restricciones en la vida real pueden resumirse como sigue: 1).- La función de muestreo $s(x)$ nunca es un tren de impulsos infinitamente estrechos; generalmente es una serie de gaussianas cuya anchura depende del sensor remoto; 2).- La función $t(x)$ no está limitada en frecuencia, a menos que sea periódica; 3).- La función $f(x)$ no está definida para $-\infty \leq x \leq \infty$.

Todo esto hace que en realidad la frecuencia de muestreo tenga que ser un poco mayor a la indicada por el Teorema de Muestreo, tomando en cuenta desde luego que la frecuencia de muestreo no puede ser mayor a la frecuencia de corte impuesta por el tamaño físico del CIV y por la apertura del detector.

Por otro lado la validez de la representación discreta de la escena $f(x,y)$ depende de si es posible reconstruir la función original a partir de sus muestras. Con el objeto de obtener una demostración matemática del Teorema de Muestreo, introducimos ahora la idea de latices de muestreo ya que hasta ahora sólo hemos hablado del tema en forma intuitiva, al suponer implícitamente una rejilla regular con base en la cual se realizan las medidas acerca de la escena. También hemos supuesto por comodidad que los CIV son rectangulares y cuadrados, contiguos y sin traslape. No siempre es este el caso puesto que existen ocasiones donde el muestreo es no-homogéneo, los CIV no son rectangulares y existe un traslape entre ellos. En cualquier caso el arreglo que guardan los CIV es siempre isotrópico pues de otra manera sería imposible reconstruir la función $f(x,y)$ de la escena. En la mayoría de los sistemas de laboratorio, los CIV son cuadrados o rectangulares y justamente sin traslape. En sistemas de captura a bordo de vehículos orbitales se dan varios tipos de latices. Por ejemplo en los satélites Landsat y Spot los CIV van incrementando su tamaño a medida que se alejan del eje longitudinal de la escena y esto se debe a la curvatura de la superficie terrestre. El barrido multiespectral del Skylab tenía un barrido de tipo cónico de tal forma que los CIV estaban formados por sectores circulares que incrementaban su tamaño a medida que se alejaban del eje de barrido. En ningún caso se tienen redes irregulares de CIV.

Las ideas anteriores van a quedar formalmente establecidas por la introducción de las latices de muestreo, lo que además constituye una herramienta matemática muy útil para entender el Teorema de Muestreo bi-dimensional. Estas latices se definen³ en el espacio de coordenadas y en el de frecuencias y son mutuamente recíprocas desde el punto de vista vectorial. Una latice es una estructura lógica que nos define la posición y distribución de los CIV sobre la escena. La latice es una rejilla virtual que se superpone a la escena y con la cual queda determinado el tamaño de un CIV de acuerdo a la posición relativa que guarda con respecto a los demás. Esta latice se

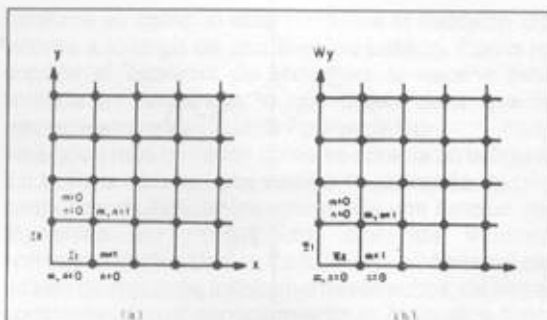


Fig. 5.6.- Latice regular de muestreo (a) generada por los vectores r_1 y r_2 y la respectiva latice recíproca (b) definida por w_1 y w_2 .

genera por medio de una base vectorial bi-dimensional, entonces sean r_1 y r_2 dos vectores en el espacio de coordenadas (fig. 5.6) ortogonal (x,y) . Los sistemas de coordenadas mostrados en la figura 5.6 no necesariamente tienen que ser ortogonales pero es conveniente que así lo sean; lo que es posible es que sean no-euclidianos, es decir podemos tener sistemas de coordenadas oblicuos. A los vectores (r_1, r_2) les llamaremos base vectorial y constituyen la estructura matemática con la cual generamos la latice y de aquí que ésta la podamos ver como un arreglo regular de puntos en el plano (x,y) . Estos puntos están definidos por los vectores de posición r_{mn} dados por

$$r_{mn} = mr_1 + nr_2 \quad (5.18)$$

con $m, n = 0, 1, 2, \dots, M_1, M_2$ para cuando el origen de coordenadas se coloca en el centro de la escena. En general los coeficientes (m,n) dependen de r_1 y r_2 , pero aquí, por simplicidad en el razonamiento se suponen constantes. En el presente trabajo suponemos que el origen de coordenadas se encuentra en la parte inferior izquierda por lo que m y n los tomamos como números naturales. La base vectorial (w_1, w_2) de la latice recíproca en el espacio de frecuencias está unívocamente determinada por los vectores base originales, cuando se supone un isomorfismo entre los dos espacios. La relación es la siguiente

$$r_i \cdot w_j = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (5.19)$$

El producto escalar de la relación (5.19) nos indica que los vectores originales son mutuamente perpendiculares a los vectores recíprocos, es decir $r_1 \perp w_2$ y $r_2 \perp w_1$. Por otro lado, de la relación (5.19) es claro que

$$|w_1| = 1/|r_1| \sin \theta \quad \text{y} \quad |w_2| = 1/|r_2| \sin \theta \quad (5.20)$$

donde θ es el ángulo que forman los vectores r_1 y r_2 . La base vectorial recíproca, análogamente a la base original, genera un arreglo periódico de puntos en el espacio de frecuencias, cuyas posiciones están determinadas por el vector w_{mn} dado por

$$w_{mn} = mw_1 + nw_2 \quad (5.21)$$

La latice del espacio de coordenadas constituye finalmente la manera como el detector va a ir midiendo las propiedades espectrales de la escena. O bien, la latice define la distribución de lugares (CIV) donde el sensor remoto medirá, por unidad de tiempo, la cantidad de energía proveniente de tal escena.

Sea ahora una función bi-dimensional continua $f(x,y)$ que representa una escena cualquiera y sean $f(i,j)$ las muestras correspondientes tomadas en las posiciones (i,j) de la escena, donde el número de muestras define el tamaño (M,N) de la imagen digital correspondiente. Se supone además que las muestras fueron tomadas para un valor determinado del parámetro t y que el tiempo de captura es muy pequeño comparado con cualquier cambio que la escena pudiera tener. Por comodidad, esas funciones serán escritas de ahora en adelante como $f(r)$ y $f(r_{ij})$ respectivamente. Donde r es el vector de posición del punto (x,y) y r_{ij} indica que es el vector de posición para valores discretos del plano $x-y$. Una manera conveniente de saber si $f(r)$ puede ser reconstruida a partir de las muestras $f(r_{ij})$ es interpolando en forma correcta entre ellas, suponiendo claro está que disponemos de un número arbitrario de medidas sobre la escena. Más aún a partir de aquí se puede determinar matemáticamente la condición de muestreo que fue visualizada (fig. 5.5) anteriormente en forma gráfica. Si $f(r)$ puede ser reconstruida a partir de $f(r_{ij})$ entonces estamos implicando que la imagen digital es una representación válida de la escena, derivando al mismo tiempo las condiciones de validez. Sea entonces $g(r)$ una función de interpolación, la que convolucionada con $f(r_{ij})$ genera la función original que representa la escena

$$f(r) = \sum_i \sum_j f(r_{ij}) g(r - r_{ij}) \quad (5.22)$$

Es decir que intentamos recobrar la función $f(r)$, multiplicando el valor de las muestras por una función de peso adecuada y haciendo notar que todas las muestras contribuyen cada vez para generar un sólo punto de la función $f(r)$. Además de suponer que existe $g(r)$, asumimos también que existen las transformadas de Fourier de f y g . Otra manera de ver a la relación (5.22) es determinando las condiciones bajo las cuales la función $f(r)$ puede ser expandida, en series, por medio de una relación lineal de sus muestras y con una función de peso $g(r)$. Ahora bien, por la propiedad de Shifting de la función δ de Dirac, se

tiene

$$f(r_{ij}) g(r - r_{ij}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(r') g(r - r') \delta(r' - r_{ij}) dr' \quad (5.23)$$

Substituyendo ahora esta ecuación en la expresión (5.22), e invirtiendo el orden de las sumatorias y la operación de integración, dado que f y g son funciones bien comportadas. La función original se expresa entonces como

$$f(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(r') g(r - r') \sum_m \sum_n \delta(r' - r_{mn}) dr' \quad (5.24)$$

La función es periódica, con periodo T_x en la dirección x y con periodo T_y en la dirección y , lo que quiere decir que puede ser expandida en series de Fourier

$$\sum_m \sum_n \delta(r' - r_{mn}) = \sum_k \sum_l a_k a_l \exp[2\pi j(r' \cdot w_{kl}) / T_x T_y] \quad (5.25)$$

donde los vectores r' y w_{kl} pertenecientes a los espacios de coordenadas y de frecuencias respectivamente, están dados por

$$r' = x'r_1 + y'r_2 \quad y \quad w_{kl} = kw_1 + lw_2 \quad (5.26)$$

Las variables (x', y') son continuas y las (k, l) discretas. Ahora bien, los coeficientes a_k y a_l de la expansión (5.25) están dados por

$$a_{kl} = a_k a_l = \frac{1}{T_x T_y} \int_{-T_x/2}^{T_x/2} \int_{-T_y/2}^{T_y/2} \sum_m \sum_n \delta(r' - r_{mn}) \exp[-2\pi j(r' \cdot w_{kl}) / T_x T_y] dr' \quad (5.27)$$

haciendo notar que $a_{kl} = a_k a_l$ y $T_{xy} = T_x T_y$ porque hemos supuesto que el muestreo es independiente de una u otra dirección, como ya lo habíamos anotado anteriormente. Aquellos términos con $m, n \neq 0$ quedan fuera del rango de integración, por lo que sólo los términos con $m, n = 0$ de la suma contribuyen a ésta, de tal forma que debido a la propiedad de Shifting llegamos al siguiente resultado

$$a_{kl} = 1/T_{xy}, \quad \forall m, n \quad (5.28)$$

Substituimos ahora el resultado de (5.28) y la expresión (5.25) en (5.24) para tener una relación clara de la expansión lineal de $f(r)$ en términos de $g(r)$, así entonces

$$f(r) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(r') \exp[2\pi j(r' \cdot w_{kl})/T_{xy}] \frac{g(r-r')}{T_{xy}} dr' \quad (5.29)$$

Al analizar de cerca esta última relación podemos apreciar que se trata de la doble sumatoria de la convolución de las siguientes funciones

$$f(r) \exp[2\pi j(r \cdot w_{kl})/T_{xy}] \quad y \quad \frac{g(r)}{T_{xy}} \quad (5.30)$$

de tal forma que por el teorema de la convolución, establecido como una de las propiedades de la transformada de Fourier, que dice que la transformada de Fourier de $f(r)$ es igual al producto de las transformadas de Fourier de las funciones involucradas en la convolución. Sin embargo, hay que tomar en cuenta que la primera de las funciones involucradas en (5.30), contiene un cambio de fase dado por la exponencial, de manera que en el espacio de frecuencias esto equivale a un corrimiento en la frecuencia. Entonces de acuerdo a las expresiones (5.29) y (5.30), tenemos que la transformada de Fourier de la función que representa a la escena es

$$F(w) = \frac{G(w)}{T_{xy}} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} F(w - w_{kl}) \quad (5.31)$$

Es necesario estudiar ahora con detalle esta última relación pues de ella obtendremos las consideraciones para la frecuencia óptima de muestreo, así como las limitaciones respectivas. En primer lugar notemos que T_{xy} representa un área en el espacio de coordenadas con un equivalente en el espacio de frecuencias, ya que se trata de la frecuencia de muestreo en ambas direcciones: x, y . También hay que dejar claro que los puntos dados por w_{kl} forman la lattice recíproca de los puntos de muestreo que a su vez forman la lattice original. Refirámonos ahora a la figura 5.7, en donde se aprecian varias copias de la transformada de Fourier de $f(r)$ para un conjunto selecto de valores de k, l . Las copias no se encuentran traslapadas porque la frecuencia de muestreo excede al valor óptimo explicado en la figura 5.5 y, dado que la $f(r)$ se supone limitada en frecuencia, las mencionadas copias aparecen con simetría alrededor de los ejes w_x, w_y . En forma análoga al caso unidimensional debemos encontrar la frecuencia de muestreo para que las $F(w - w_{kl})$ no se traslapen para diferentes valores de k y l ; esto implica que es necesario escoger adecuada a w_1 y a w_2 , los que

finalmente determinan r_1 y r_2 , los que finalmente determinan r_1 y r_2 . Para la situación de exactamente no-traslape, podemos escoger a $G(w)$ de tal forma que cubra una área igual a la que ocupa $F(w)$ y cuyo valor sea el de T_{xy} . Para aquellas regiones no cubiertas por $F(w)$ o sus copias, $G(w)$ puede tomar cualquier valor, por lo que esta función de interpolación no está unívocamente determinada. Sin embargo, esto lo podemos tomar con ventaja y seleccionar a $G(w)$ como un paralelepípedo para (fig. 5.7) que encierre justamente a $F(w)$ y cuya base sea precisamente T_{xy} . Es muy importante anotar que esto es válido para campos aleatorios homogéneos y limitados en frecuencia, ya que de otra manera hay que buscar una

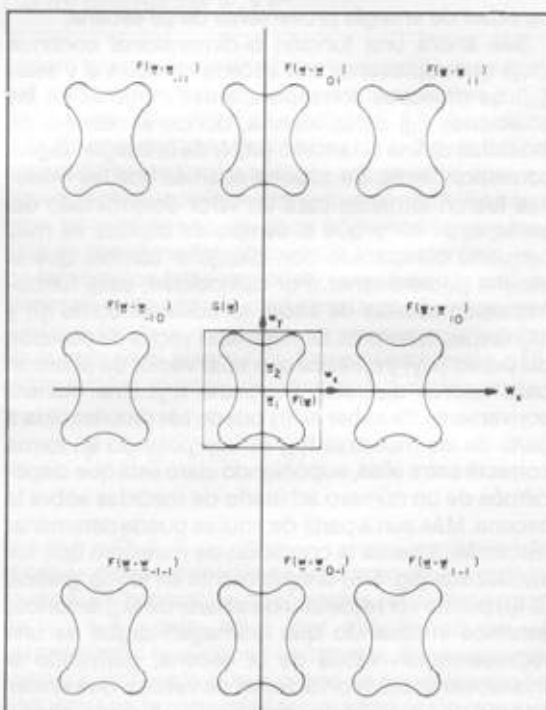


Fig. 5.7.- Copias no traslapadas de la Transformada de Fourier $F(w - w_{kl})$ de la función $f(r)$, la que se supone limitada en frecuencia. Nótese que tanto $f(r)$ como su Transformada de Fourier son superficies y aquí se muestra tan sólo una vista superior de éstas.

estrategia de minimización de error³ para la reconstrucción de $f(r)$. Entonces en forma similar al caso unidimensional se tiene que $G(w)$ a la que se le conoce como función filtro está dada por

$$G(w) = \begin{cases} T_{xy}, & \text{para } |w_x| \leq w_x^c \text{ y } |w_y| \leq w_y^c \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (5.32)$$

con $w_x^c = \pi w_1$ y $w_y^c = \pi w_2$. Recordemos que el espaciamiento correspondiente de los puntos mues-

treados en el espacio de coordenadas se obtiene a partir de la relación entre el período de muestras y la máxima frecuencia contenida en la escena, a la que se le conoce también como frecuencia de corte, por tanto

$$T_x = \Delta x \leq 1/2\omega_x^c, \quad T_y = \Delta y \leq 1/2\omega_y^c \quad (5.33)$$

donde $\Delta x = m$ y $\Delta y = n$, o bien $\mathbf{r} = \Delta x \mathbf{r}_1 + \Delta y \mathbf{r}_2$, por lo que con esto queda bien definida la latice de muestreo. Regresemos ahora a la relación (5.32) y escojamos de entre la infinidad de posibilidades, la más simple para $G(\mathbf{w})$, es decir aquella donde ésta función filtro está dada por un paralelepípedo (fig. 5.7) con lados $2\omega_x^c$ y $2\omega_y^c$ y altura G . Por lo que si tomamos la transformada de Fourier inversa de $G(\mathbf{w})$ obtenemos la siguiente expresión

$$g(\mathbf{r}) = \int_{-\omega_x^c}^{\omega_x^c} \int_{-\omega_y^c}^{\omega_y^c} T_{xy} \exp[2\pi j(\mathbf{w} \cdot \mathbf{r})] d\mathbf{w} = T_x \frac{\text{sen}(2\pi\omega_x^c m)}{\pi m} T_y \frac{\text{sen}(2\pi\omega_y^c n)}{\pi n} \quad (5.34)$$

De esta última relación es claro que si escogemos al periodo de muestreo tal que se satisfaga precisamente la condición de no-traslape, entonces si $T_x = 1/2\omega_x^c$ y si $T_y = 1/2\omega_y^c$ la función de interpolación se escribe como

$$g(\mathbf{r}) = \text{sinc}(2\pi\omega_x^c m) \text{sinc}(2\pi\omega_y^c n) \quad (5.35)$$

que es precisamente la transformada de Fourier del mencionado paralelepípedo. El razonamiento puede ser hecho a la inversa, es decir, preguntarnos cuando debe valer T_{xy} para que $g(\mathbf{r})$ sea una función sinc bidimensional y de ahí obtener la condición de no-traslape. En el mismo orden de ideas podemos ver fácilmente que si submuestreamos, es decir si $T_x > 1/2\omega_x^c$ y $T_y > 1/2\omega_y^c$ entonces no habrá manera de encontrar una $G(\mathbf{w})$ que satisfaga la relación (5.32). Por otro lado si sacamos más muestras de las necesarias la elección de $G(\mathbf{w})$ puede seguir siendo la del paralelepípedo. Es necesario puntualizar que el desarrollo anterior para el teorema de muestreo bidimensional se refiere a una imagen de una sola banda o bien a imágenes multiespectrales descritas por campos aleatorios homogéneos (ver descripción estocástica) y limitados en frecuencia. Esto se debe a que las condiciones de muestreo no pueden depender de las propiedades estadísticas de cada

banda de la imagen multiespectral y esto sólo se logra suponiendo válidas las condiciones arriba mencionadas.

Se han introducido hasta aquí una serie de aspectos cuantitativos relacionados a la caracterización matemática de una imagen y al análisis general de la misma. Se introdujeron condiciones locales de medida, es decir, estudiamos el proceso de captura de información sobre cada CIV y posteriormente vimos los aspectos regionales de captura de una escena al introducir el teorema de muestreo. Vamos ahora a resumir todos estos conceptos en un modelo matemático que describe la transformación de una escena a una imagen digital. A esta transformación la podemos entender también como la definición de varios operadores de captura de información que se aplican bajo ciertas condiciones y limitaciones en el momento de estudiar una escena determinada. Es importante puntualizar que, dado que una escena puede ser vista como una imagen continua, el modelo matemático que obtengamos será de validez general. Debido a esto, escribiremos este modelo en varias versiones aplicables a diferentes situaciones donde estén involucradas imágenes continuas y discretas.

5.4.- Operadores en Captura de una Escena

La captura de una escena en una imagen tiene básicamente su razón de ser en la necesidad de referir cierta información de una escena a un nuevo marco de referencia a partir del cual, el tratamiento, extracción y modelado de patrones de ésta, sea factible por métodos matemáticos, físicos y computacionales. El sólo hecho de capturar una escena implica su simplificación puesto que por ningún motivo estamos midiendo todas las propiedades de la misma. Además de esto, al sistema de captura o instrumento sensor, se le puede ver como un operador definido por su función de respuesta al impulso. De tal forma entonces que el instrumento es un transformador de información que simplifica la escena y la presenta en un formato adecuado para su manejo, interpretación y modelado físico ulterior. En su expresión más general, esta transformación consiste en el mapeo (fig. 5.2.) de un conjunto de funciones de entrada $f_i(x, y)$, $i = 1, 2, \dots, n$, a un conjunto de funciones de salida $g_j(x, y)$, $j = 1, 2, \dots, m$, definidas en los dominios D_1 y D_2 respectivamente y, que se suponen ser bien comportadas desde el punto de vista del cálculo diferencial e integral. Sea ahora un conjunto de operadores establecidos de acuerdo al instrumento y al experimento que se realiza para hacer tal mapeo. Entonces las funciones de salida se relacionan con las de entrada de la siguiente manera

$$\begin{aligned} g_1(x, y) &= O_1[f_1(x, y), f_2(x, y), \dots, f_n(x, y)] \\ g_2(x, y) &= O_2[f_1(x, y), f_2(x, y), \dots, f_n(x, y)] \\ &\vdots \\ g_m(x, y) &= O_m[f_1(x, y), f_2(x, y), \dots, f_n(x, y)] \end{aligned} \quad (5.35)$$

Una combinación lineal, una convolución y una composición multispectral de funciones f_i son algunos ejemplos representativos del proceso de creación de imágenes dado por (5.35). Debemos enfatizar aquí que los operadores δ_j no sólo pueden caracterizar la transformación escena imagen, sino también la transformación imagen $\rightarrow$ imagen. La modelación matemática de los operadores δ_j puede tomar muchas formas así como su medición o estimación física; vamos a emprender aquí el camino de su modelación matemática sin dejar de lado las consideraciones físicas pertinentes. Una manera de establecer un modelo para δ_j es a partir de operadores de singularidad dada la connotación física que éstos tienen. De entre todos estos operadores, tomemos por su simpleza y facilidad de manejo al operador delta de Dirac, junto con la interpretación que tiene de ser una gaussiana infinitamente estrecha. Además, la delta de Dirac tiene mucho que ver con el proceso de muestreo de una escena, ya que éste puede verse como una aplicación sucesiva del operador-instrumento a través de un método de medida. Recordemos la importancia que tiene todo esto puesto que el muestreo de una escena es el principio de su análisis.

Entonces, comencemos por revisar algunas de las propiedades de la delta de Dirac que están relacionadas con el presente análisis. La función delta de Dirac es un operador que en dos dimensiones se define como sigue

$$\delta(x-\xi, y-\eta) = \begin{cases} \infty & \text{cuando } x = \xi, \quad y = \eta \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (5.36)$$

Existen otras definiciones más formales⁷ que ésta, pero con la relación (5.36) es suficiente para nuestros propósitos. Consideremos, por tanto, las siguientes propiedades fundamentales

$$\int_{-\epsilon}^{\epsilon} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \delta(x-\xi, y-\eta) d\xi d\eta = 1, \quad \forall \epsilon > 0 \quad (5.37)$$

donde ϵ es un límite de integración infinitamente pequeño pero mayor que cero. Lo que estamos expresando con (5.37) es precisamente a una gaussiana tridimensional infinitamente estrecha pero cuyo volumen bajo su superficie es igual a 1. La siguiente relación integral se conoce como la propiedad de Shifting y se escribe como

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \delta(x-\xi, y-\eta) d\xi d\eta = f(x, y) \quad (5.38)$$

Esta igualdad es básica para entender el formalismo del proceso de captura de una escena, puesto que de todos los valores para los cuales está definida la función f , se selecciona uno de ellos: el que corresponde precisamente al punto (x, y) y, esto constituye la esencia de la captura de información bi-dimensional. Otra manera de ver esta relación (5.38), es decir, que una función de entrada al sistema de imágenes (5.35) puede ser representada por una suma de funciones delta con factores de peso⁸. Si el sistema de coordenadas al que se refiere la función delta es ortonormal y si no hay correlación observacional de un eje de observación con respecto al otro, entonces se tiene

$$\delta(x, y) = \delta(x) \delta(y) \quad (5.39)$$

donde las funciones delta uni-dimensionales satisfacen las versiones en una dimensión de las propiedades arriba mencionadas. De esta última relación es claro que cualquier propiedad que se cumpla en una dimensión también se satisfará en dos dimensiones. Un caso particular del sistema de imágenes (5.35) arriba mencionado y de especial interés porque permite visualizar el proceso de captura de una escena, es aquel donde se tiene una relación unívoca entre las funciones de entrada y las de salida

$$g(x, y) = \mathcal{O}\{f(x, y)\} \quad (5.40)$$

donde además se cumple el principio de superposición, es decir el operador $\mathcal{O}$ es lineal aditivo. Poca generalidad estamos perdiendo al tomar de aquí en adelante la relación dada por (5.40), ya que la mayoría de los sistemas que se presentan en la vida real son lineales aditivos, o bien los diseños experimentales se realizan para que cumplan con tal propiedad. Cuando no se puede tener ni lo uno ni lo otro, entonces es factible en una buena cantidad de casos, la aplicación de técnicas de quasi-linealización⁹. Esta última relación (5.40) en combinación con la propiedad de Sifting, produce la siguiente caracterización matemática para una imagen continua

$$g(x, y) = \mathcal{O} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \delta(x-\xi, y-\eta) d\xi d\eta \right\} \quad (5.41)$$

Esta expresión cuantifica el mapeo representado gráficamente por la figura 5.2. La ecuación (5.41) nos dice que seleccionamos un punto de la escena f por medio de la función δ y lo enviamos al espacio de la imagen g . Desde luego la función de entrada (escena) esta referida al sistema de coordenadas (ξ, η) y la de salida (imagen) al sistema (x, y) . Supóngase ahora que el operador de integración y el

de transformación ϕ pueden ser invertidos en el orden de aplicación, por lo que se tiene

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi[f(\xi, \eta) \delta(x - \xi, y - \eta)] d\xi d\eta \quad (5.42)$$

lo que quiere decir que la imagen g es formada por la suma de las contribuciones de todos los valores de la función f transformada por ϕ . En forma ideal, cada punto de f debería de contribuir a sólo uno de g , pero en un sistema real cada punto de f y sus respectivos vecinos contribuyen a formar los puntos de g , de tal manera que el proceso de formación de una imagen es un proceso de vecindad y no uno puntual. El que esto sea así se debe no sólo a la respuesta finita del sistema de captura, sino también a los mecanismos de degradación que intervienen inevitablemente en el proceso de formación de una imagen. A estos dos aspectos se suma el hecho del tamaño finito del CIV que, como vimos anteriormente produce un efecto de filtro pasa bajas. Todo esto trae como consecuencia que la imagen pierda con respecto a la escena: 1). contraste, 2). definición y 3). agudeza; es decir la imagen puede aparecer como un efecto de fuera de foco con poca tonalidad. Es necesario decir, sin embargo, que muchos sistemas modernos son de gran eficiencia y que por tanto la imagen resultante es de gran calidad ya que los tres efectos mencionados son mínimos. Por otro lado es fácil ver que el equivalente del modelo dado por la (5.41) para el caso digital es

$$g(k, l) = \phi \left[\sum_m \sum_n f(\xi, \eta) \delta(k - m\Delta\xi, l - n\Delta\eta) \Delta\xi \Delta\eta \right] \quad (5.43)$$

con k, l, m y n enteros y $(m\Delta\xi, n\Delta\eta)$ las coordenadas del centro del CIV. A partir de (5.41) y (5.43) es claro que podemos obtener modelos finales para imágenes continuas y discretas.

Ahora bien, si el operador ϕ depende sólo de las coordenadas (x, y) , es entonces un operador lineal como se supuso anteriormente y entonces la imagen g se escribe como

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) \phi[\delta(x - \xi, y - \eta)] d\xi d\eta \quad (5.44)$$

La combinación de operadores $\phi[\delta]$ describe precisamente la forma como se realiza el mapeo del espacio de la escena (fig. 5.2) al espacio de la imagen, es por esto que a

$$h(x, y; \xi, \eta) \equiv \phi[\delta(x - \xi, y - \eta)] \quad (5.45)$$

se le conoce como función de transferencia cuando se habla en términos generales de la transformación de una imagen a otra; sean continuas o discretas. En el caso particular de un sistema de captura a través de un sistema sensor, a h se le conoce como función de respuesta al impulso o función de dispersión de punto. Veamos físicamente el porqué de estas últimas denominaciones para h . Con anterioridad se anotó que el proceso de formación de una imagen es de vecindad y no puntual. Imaginémos que logramos enviar, al sistema de captura caracterizado por h , un tren de pulsos de luz cuya intensidad es l y muy cortos en duración, tal que podamos considerarlos infinitamente estrechos. Si el detector fuese perfecto, produciría a la salida un tren de pulsos de voltaje también infinitamente estrechos. Como nunca es este el caso, el detector genera pulsos con una cierta anchura y cuya equivalencia en intensidad es menor a la de los pulsos de entrada. En otras palabras el tren de entrada ha sido degradado por la eficiencia finita del detector.

En la fig. 5.8 se esquematiza en una dimensión dicho proceso de degradación y cabe anotar que éste, generalmente se modela con buenos resultados como una gaussiana cuya varianza es proporcional a la respuesta del detector. pensemos ahora que cada punto (x, y) de la escena es un pulso cuya intensidad es $f(x, y)$, a la salida de h , este punto estará representado por una gaussiana tri-dimensional. Para un punto y su vecindad, las respectivas gaussianas se traslaparán más o menos dependiendo de h , por lo que el valor de un punto de la imagen será el resultado de la interacción (a través de h) de una colección de puntos de la escena. Entre más anchas sean las gaussianas más puntos de la escena contribuirán a uno de la imagen. En principio las colas de las gaussianas son de infinita extensión, de tal forma que todos los puntos de la escena contribuyen estrictamente a cada uno de la imagen; en realidad esto no es así dada la escala finita de valores (2^m) que se utiliza para cuantificar los valores de los puntos de la imagen, por lo que más allá de un cierto límite las colas no contribuyen a la formación de la imagen. Los mecanismos de degradación⁸ pueden ser explicados también como una superposición de gaussianas y de aquí que cuando hay este tipo de interferencia en la generación de una imagen, podemos pensar que la contribución a un punto de ésta provenga de una vecindad mayor. El razonamiento anterior es claramente aplicable a la formación de imágenes continuas para cuando el sistema de captura es óptico; ¿pero qué pasa con imágenes digitales? Al hacerse la integración sobre un elemento CIV, es claro que un pixel de la imagen digital proviene de un conjunto de puntos de una vecindad determinada por tal elemento, ya que éste es un subconjunto compacto y convexo de la escena. Los mecanismos de degradación, por otro lado, hacen que CIV vecinos contribuyan a la integración de aquel que se encuentra bajo medición. Todo lo anterior nos indica que en cualquier caso se tiene un proceso de vecindad además de haber un

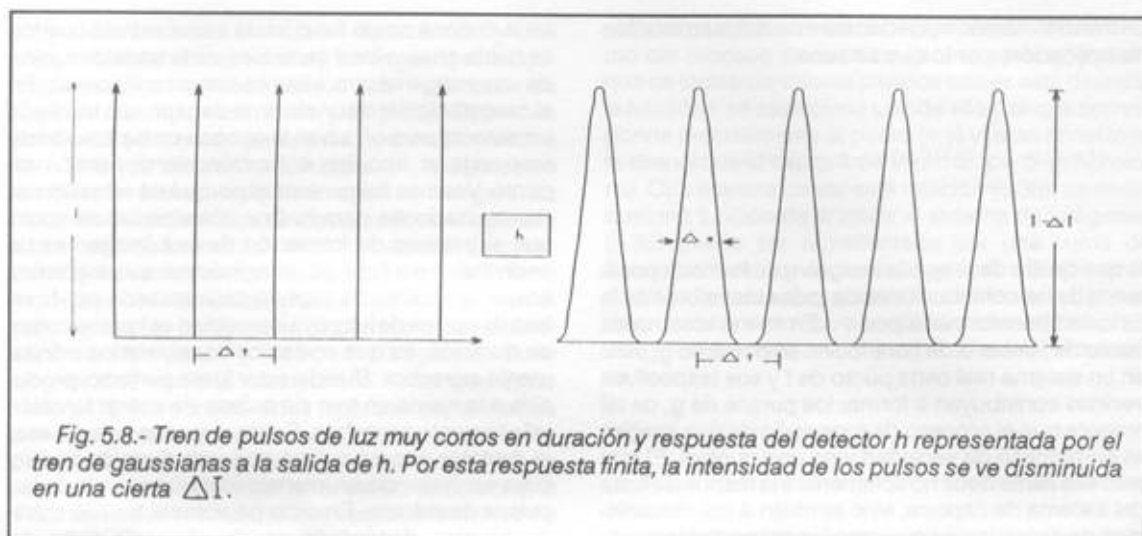


Fig. 5.8.- Tren de pulsos de luz muy cortos en duración y respuesta del detector h representada por el tren de gaussianas a la salida de h . Por esta respuesta finita, la intensidad de los pulsos se ve disminuida en una cierta ΔI .

mecanismo de correlación observacional, es decir los elementos de la imagen digital están correlacionados por el método de medida, ineludiblemente impuesto por el sistema de captura. Desde luego aparte de esto, siempre hay una correlación entre valores de pixels vecinos debido a la variación natural de los valores de radiación que provienen de la escena. Es la correlación observacional⁹ la que eventualmente hay que eliminar antes del análisis de la imagen digital correspondiente.

Volvamos ahora al desarrollo del modelo para una imagen; la combinación de las expresiones (5.44) y (5.45) nos da el siguiente resultado

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) h(x, y; \xi, \eta) d\xi d\eta \quad (5.46)$$

para una imagen continua. Para cuando el operador h no es lineal, se tiene entonces

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h[x, y, \xi, \eta; f(\xi, \eta)] f(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (5.47)$$

es decir, la función de transferencia depende de los valores de la escena. Un ejemplo típico de esto es la respuesta no-lineal de un film fotográfico en los extremos de su rango dinámico. En sistemas lineales, la descripción de la función h en términos de las cuatro coordenadas (x, y, ξ, η) es la más general posible y le permite variar con respecto a la posición tanto en el plano objeto (escena) como en el plano imagen. Sin embargo, muchos sistemas de formación de imágenes digitales, actúan uniformemente a través de los planos mencionados de tal manera que para

este caso lineal, se tiene una expresión de convolución entre h y f

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x - \xi, y - \eta) f(\xi, \eta) d\xi d\eta = h * f \quad (5.48)$$

Una manera física de ver esta última expresión es pensar que h es un filtro que deja pasar solamente un CIV de la escena a la vez. También podemos visualizar físicamente esta convolución imaginando que el sistema de captura "analiza" en un proceso de barrido, elemento a elemento de la escena a través del plano (ξ, η) ; veamos esquemáticamente esto por medio de la sucesión de figuras 5.9a-e. En la primera de esta sucesión de figuras se aprecia la extensión física de una escena cualquiera $f(\xi, \eta)$ y en la segunda se ha dibujado una función de transferencia $h(\xi, \eta)$. A partir de aquí sigamos la representación geométrica de una convolución; así en las figuras 5.9c y 5.9d se han dibujado $h(-\xi, -\eta)$ y $h(x - \xi, y - \eta)$ respectivamente, para finalmente concluir en la figura 5.9e, donde se muestra en achurado, el traslape de h y f . Hay que recordar que tanto h como f son superficies y que en las figuras 5.9a-e sólo se ve un corte de éstas. La zona sombreada de la figura 5.9e es el producto de h y f que a su vez es una superficie. El volumen bajo esta superficie es precisamente la doble integral de h y f ; en otras palabras, este volumen representa el valor de la convolución en (x, y) . Como este último valor es el que se le asigna a la imagen en dicho punto, podemos concluir lo siguiente, recordando siempre el modelo digital dado por (5.43): El sensor remoto del sistema de captura subtiende un CIV cuya extensión física es igual a $\Delta\xi\Delta\eta$. La manera como este sensor responde a la radiación que proviene de él, está dada por $h(k, l; m, n; \Delta\xi, \Delta\eta)$, donde (m, n) son las coordenadas de su centro. El volumen mencionado representa por tanto la cantidad de radiación proveniente de la escena y subtenida cada vez por

el sensor sobre una subárea (CIV) de ésta. Al discretizar el tamaño de este volumen tendremos el valor del pixel correspondiente, de la forma como fue explicado en la sección 5.2. Con las consideraciones arriba planteadas es muy fácil escribir la versión digital del modelo matemático de creación de una imagen

$$g(k,l) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(\xi,\eta)h(k,l;m\Delta\xi,n\Delta\eta)\Delta\xi\Delta\eta$$

(5.49)

con (M,N) la dimensión de una imagen digital rectangular.

En las relaciones (5.48) y (5.49) se han plasmado las transformaciones imagen continua → imagen continua e imagen continua → imagen discreta. Para fines prácticos $f(\xi,\eta)$ puede ser vista como una imagen continua y de esta forma tenemos el mismo tipo de modelo para la captura de una escena, como para la transformación de una imagen. Esto es posible porque no se ha hecho ninguna suposición explícita que diferencie una escena de una imagen continua. Nos falta escribir todavía la transformación imagen discreta → imagen discreta. Al suponer que f está definida sólo para valores discretos de

ξ y η tenemos rápidamente el modelo requerido

$$g(k,l) = \sum_m \sum_n f(m,n)h(k,l;m,n)$$

(5.50)

donde hacemos notar que $\xi = m\Delta\xi$ y $\eta = n\Delta\eta$, ya que m y n son discretos y por tanto $\Delta m = \Delta\xi$ y $\Delta n = \Delta\eta$, ambos iguales a uno. Desde luego cuando hay invarianza frente a translaciones, (5.50) se escribe como

$$g(k,l) = \sum_m \sum_n f(m,n)h(k-m,l-n)$$

(5.51)

Cabe agregar ahora que la relación para la transformación imagen discreta → imagen continua, sólo puede darse a la luz del Teorema de Muestreo.

En una especie de resumen consideremos ahora la tabla 5.2 y la figura 5.10, en donde podemos apreciar esquemáticamente los modelos y consideraciones hasta ahora desarrollados. La figura 5.10 está relacionada con la 5.2 pero describe en forma más concisa la transformación de una imagen. En la tabla 5.2, se han escrito los principios de causalidad y conservación de energía para cada uno de los tres modelos

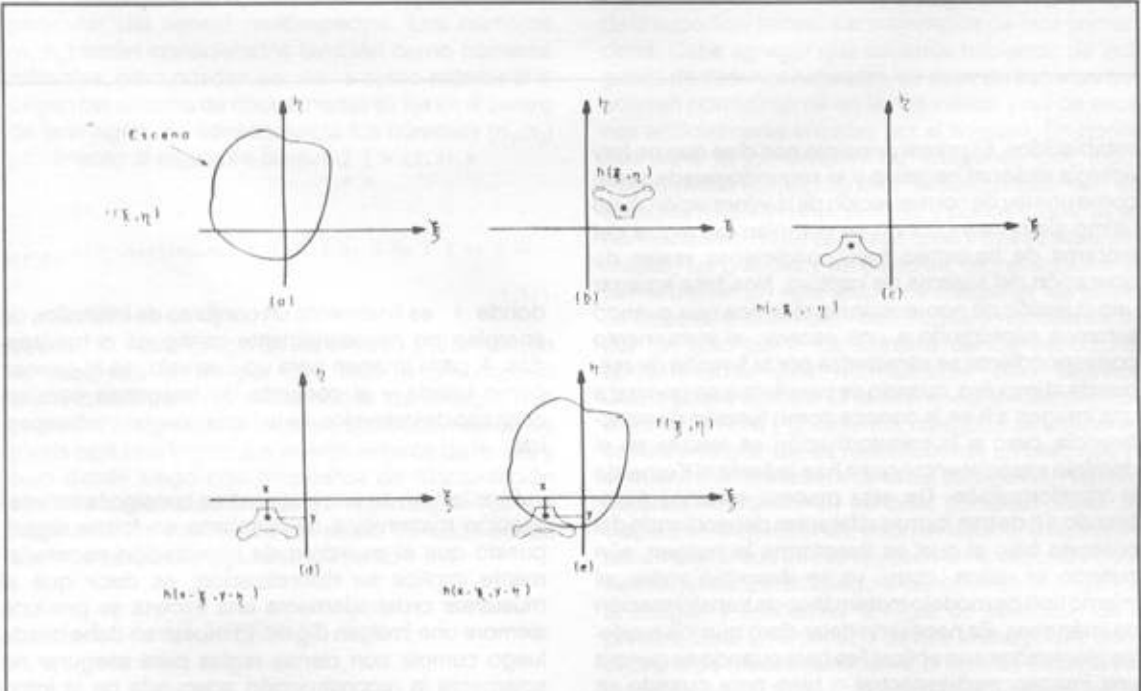


Fig. 5.9.- Representación esquemática de la convolución de h y f para producir la imagen g.

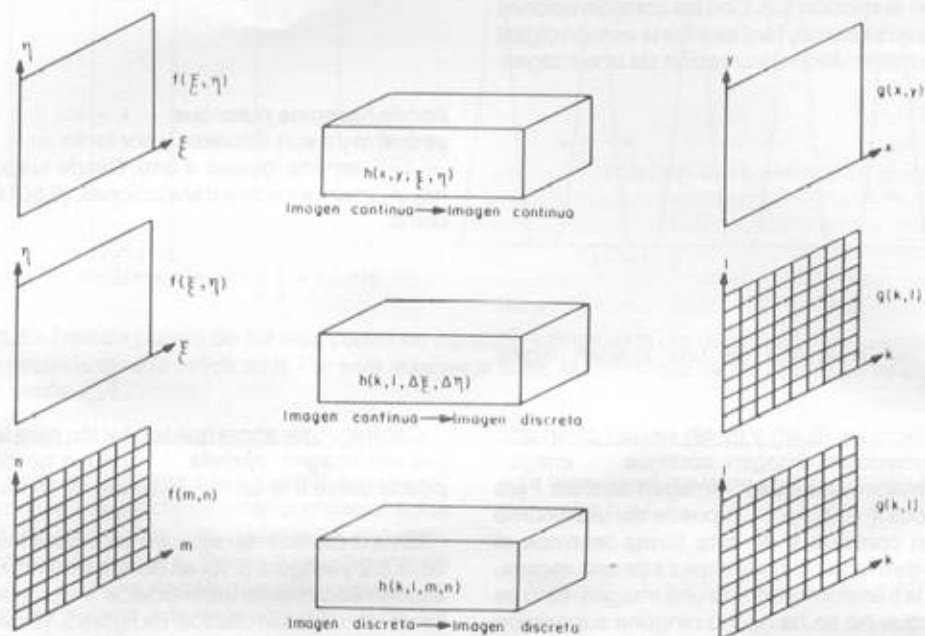


Fig. 5.10.- Representación simbólica de los diversos modelos de transformación de imágenes.

establecidos. El primer principio nos dice que no hay energía radiante negativa y el segundo puede verse como una ley de conservación de la información. Esto último siempre y cuando se cumplan las reglas del teorema de muestreo bajo condiciones reales de operación del sistema de captura. Nos falta agregar una cuestión de nomenclatura: diremos que cuando estamos capturando a una escena, el instrumento correspondiente se caracteriza por la función de respuesta al impulso, cuando se transforma en general a una imagen a h se le conoce como función de transferencia, pero si la transformación se ejecuta en el dominio espacial entonces a h se le llama el Kernel de la transformación. De esta manera estamos nombrando a h de tres formas diferentes dependiendo del contexto bajo el cual se transforma la imagen, aún cuando se utilice, como ya se describió arriba, el mismo tipo de modelo matemático de transformación de imágenes. Es necesario dejar claro que los modelos planteados son aplicables para cuando se genera una imagen multiespectral o bien para cuando se opera sobre ésta. Baste recordar que se había introducido en la sección 5.1 un parámetro para connotar intervalo de energía, entonces una imagen digital multiespectral estará descrita por

$$g_i(k, l) = \sum_m \sum_n f_i(m, n) h_i(k, l; m, n)$$

(5.52)

donde i es finalmente un conjunto de intervalos de energías, no necesariamente contiguos ni traslapados. A cada imagen para un intervalo, se le conoce como banda y al conjunto de imágenes para un conjunto de intervalos, se le llama imagen multiespectral.

El muestreo de una imagen trae consigo la caracterización matemática de la misma en forma digital, puesto que el muestreo de información necesariamente implica su discretización; es decir que al muestrear ordenadamente una escena se produce siempre una imagen digital. El muestreo debe desde luego cumplir con ciertas reglas para asegurar no solamente la reconstrucción adecuada de la información, sino también para minimizar la creación de artefactos inherentes a todo proceso de medida. La reconstrucción se refiere a las técnicas de filtraje adecuadas para eliminar los artefactos que de todas

maneras se introduzcan y a la interpolación necesaria para obtener una imagen continua que represente a la escena con la mayor fidelidad posible. Luego entonces el proceso de muestreo de la escena genera una función discreta que es necesario estudiar con detalle. Para esto diremos que una función discreta está definida solamente para valores discretos de sus variables, por lo que la representaremos como una secuencia de números enteros. Además de esto, la función misma sólo puede asumir valores enteros también. El resultado es un conjunto ordenado de números que representan las muestras obtenidas, tanto espacial como radiométricamente, de una función analógica o continua. Cómo se obtienen estas muestras y cual es su representación matemática es justamente lo que se ha discutido hasta ahora. Diremos por tanto que una función discreta es un conjunto ordenado de números que representan los valores de una escena para lugares (CIV) bien específicos de ésta

$$g_i = \{g_i(n_1, n_2)\}, \quad n_1 = 1, 2, \dots, M \quad y \quad n_2 = 1, 2, \dots, N \quad (5.53)$$

donde los corchetes $\{\}$ representan una secuencia ordenada de números enteros. Aquí recordemos que la discretización espacial sobre (x, y) y que produce los valores enteros asociados a los pixels (n_1, n_2) se le llama digitización. A la discretización radiométrica sobre g y que produce la mencionada secuencia se le llama cuantización. El conjunto de intervalos de energía $\epsilon = \{\Delta E_1, \Delta E_2, \dots, \Delta E_L\}$ está definido por el diseño particular del sensor multispectral. Los números (n_1, n_2) serán considerados también como números naturales, pero pueden ser vistos como enteros si el origen del sistema de coordenadas se fija en el centro de la imagen. En consecuencia los números (n_1, n_2) pertenecen al siguiente conjunto

$$\begin{aligned} (n_1, n_2) &\in A \equiv \\ \{(n_1, n_2) | (n_1, n_2) \in N, 1 \leq n_1 \leq M; 1 \leq n_2 \leq N\} \end{aligned} \quad (5.54)$$

donde N es el grupo de los enteros y si la imagen es cuadrada $N=M$. por otro lado el proceso de discretización de las intensidades de energía que provienen de la escena, requiere que cada nivel de los pixels esté restringido a números enteros de m -bits y esto desde luego con propósitos de manipulación eficiente en computadora de la imagen digital. Así que finalmente los valores de los pixels de cada banda son miembros del siguiente conjunto

$$g_i \in B \equiv \{X | X \in I, 0 \leq X \leq 2^m - 1\} \quad \forall i \quad (5.55)$$

donde I es el semi-grupo de los números naturales. Los números (n_1, n_2, X) pueden desde luego tomar sólo valores discretos y en la práctica $m = 7$ u 8, lo que

significa que el rango para los niveles de los pixels de la imagen multispectral, está restringido entre 0 y 127 o bien entre 0 y 256 respectivamente. Este es un rango conveniente porque cada pixel ocupa un byte de una computadora digital. Hemos representado hasta ahora los elementos (pixels, bandas) de una imagen digital multispectral utilizando modelos determinísticos y hemos dejado de lado el aspecto estocástico de la misma porque aún no la hemos visto en su conjunto. En la siguiente sección estudiaremos la naturaleza estadística de la generación y transformación de imágenes digitales.

5.5.- Caracterización Estocástica de una Imagen Multispectral

Para distinguir claramente entre los elementos deterministas y los estocásticos de una imagen digital, es conveniente establecer ahora una clasificación de cuatro clases de imágenes. Esta clasificación cualitativa tiene que ver con la representación visual de una imagen pero también está relacionada con la manera en la que se le procesa y se le representa. La división entre clases no está perfectamente definida sino más bien existe cierto traslape entre ellas, aún así la clasificación es suficientemente útil para nuestros propósitos. La primera clase es la más amplia y es la que comprende a las imágenes más complejas; aquellas que tienen una gran variedad de tonos de gris o de colores y que representan estructuras variadas. Aquí encontramos todas las imágenes de escenas comunes en la vida real: la foto de un paisaje; el retrato de una persona, una radiografía y una imagen de la superficie terrestre son ejemplos de esta primera clase. Cabe agregar que estamos hablando de imágenes de escenas naturales, es decir de escenas que ocurren normalmente en la naturaleza y no de escenas artificialmente creadas por el hombre. En donde interviene la generación de imágenes por algún medio mecánico, tipográfico o electrónico, con estructuras relativamente simples y pocos tonos, es en donde caemos en la segunda clase. Aquí se sitúan los mapas, las gráficas y las pinturas, representados en forma digital. En este grupo de imágenes las clases de cobertura están bien delineadas y representadas por un sólo color. La frontera de las estructuras comprendidas está normalmente bien definida. Como podrá apreciarse la diferencia en complejidad entre la primera y la segunda categoría de imágenes es bastante grande. Es raro encontrar un caso que se encuentre en la frontera de estas categorías. Algunas escenas naturales muy simples, como un patrón de dispersión de neutrones, podrían tener una representación digital que tal vez cayesen en la segunda clase de imágenes. Sin embargo si conocemos el origen de la imagen y aplicamos la regla de selección de la primera clase en el sentido de que la imagen no debe provenir de medios artificiales, entonces desaparece la ambigüedad. Si no conocemos el origen de la imagen en cuestión, la confusión puede prevalecer y una decisión arbitraria será necesaria. La tercera categoría comprende imágenes más sencillas aún, pero no es muy diferente de la segunda categoría. Aquí se

encuentran aquellas imágenes que están compuestas por contornos solamente formados por líneas que pueden ser de varios colores. Es como si de un mapa hubiésemos dejado sólo la frontera entre regiones. De esta forma si en la clase dos ponemos un mapa de los países de América, en la clase tres podría quedar la imagen de los contornos de las fronteras entre dichos países, cada frontera con un color diferente. En esta tercera categoría podemos también incluir cierto tipo de gráficas sencillas. En la cuarta y última categoría se encuentran todas aquellas imágenes binarias, compuestas por puntos o polígonos de un color y un fondo uniforme de otro color. Un ejemplo muy socorrido de esta clase de imágenes es donde se tienen contornos en blanco y negro únicamente. La imagen de una página de un libro constituye un ejemplo adecuado de esta última clase. Aquí caen las imágenes estructuralmente más sencillas que pueden ocurrir. De la clasificación arriba establecida podemos concluir varias cosas. En primer lugar podemos afirmar que las gráficas forman una clase de imágenes y que pueden ser operadas como tales, si es necesario, con la misma herramienta matemática que la empleada para las imágenes más complejas. Así, por ejemplo, la gráfica de la distribución de intensidades del campo magnético terrestre, puede ser filtrada y realzada con consecuencias muy interesantes desde el punto de vista geofísico. En segundo lugar y hablando en términos generales las imágenes clase 2, 3 y 4 pueden ser descritas por modelos deterministas debido a su relativa sencillez y a que en muchos casos son propiamente generadas por modelos matemáticos preestablecidos. En tercer lugar, las imágenes que requieren de una descripción estocástica son aquellas que se encuentran en la clase uno, siendo las más complejas y las que aparecen normalmente en la investigación experimental. Son estas imágenes las que por lo común son de carácter multispectral. En cuarto y último lugar, es claro que al operar una imagen de entrada, a través de las relaciones 5.46 ó 5.49, se obtendrá una salida de la misma clase que la de entrada, siendo además la descripción respectiva del mismo tipo: determinista o estocástica. Esto se debe a que el operador h es de tipo determinista. Entonces las imágenes de clases 2, 3 y 4 no requieren de una mayor consideración de tipo estadístico, además de que existen una buena variedad de tratados sobre gráficas que se avocan específicamente a esta clase de imágenes. La clase uno sí requiere de consideraciones estadísticas y para esto es necesario hacer una revisión de algunos conceptos relacionados con variables aleatorias y procesos estocásticos. Como no es el objeto de este trabajo el estudiar de por sí estos problemas, la revisión que se hará será en el contexto de las imágenes digitales multispectrales.

Considérese ahora un experimento de naturaleza estadística^{3,10}, es decir, uno donde las respectivas salidas están regidas por leyes probabilísticas. Como un ejemplo de esto pensemos en seleccionar al azar una fotografía de entre un conjunto muy grande de imágenes. Esto teniendo en mente que para imágenes de digamos 1024×1024 elementos, podemos

eventualmente reproducir casi cualquier escena de la vida diaria, si contamos con un número suficientemente grande de pequeños cuadros de 128 posibles tonos de gris. Para imágenes en color el número es tres veces más grande, pero por el momento eventualmente reproducir casi cualquier escena de la vida diaria, si contamos con un número suficientemente grande de pequeños cuadros de 128 posibles tonos de gris. Para imágenes en color el número es tres veces más grande, pero por el momento el ejemplo con tonos de gris es adecuado. Es mucho más difícil entender experimentos de esta naturaleza para imágenes que para series de tiempo, puesto que se tiene una interpretación visual de las respectivas salidas y porque éstas son muchísimo más numerosas que en una dimensión. Es claramente más fácil entender que al rodar un dado estamos ejecutando un experimento de naturaleza estadística y que al observar una de las caras del mismo, estamos en realidad observando una de las seis posibles salidas que existen con igual probabilidad cada una. En dos dimensiones debemos considerar a la imagen en su conjunto, como una posibilidad de entre muchas que existen: $P^{1024 \times 1024}$ donde P significa permutaciones.

Sea ahora Ω el conjunto de posibles salidas del mencionado experimento, que como ya se explicó arriba, puede llegar a ser muy grande

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m\} \quad (5.56)$$

Para que Ω esté bien definido se requiere que las condiciones del experimento estén determinadas, es decir que se encuentre fijada la geometría sensor-objeto-fuente de radiación y que los rangos de medida de las variables involucradas hayan sido convenientemente dados. Una salida ω_i consiste por tanto en la selección de una imagen de entre un conjunto muy grande de ellas. Además de esto asignamos una cierta probabilidad p_i a cada salida $\omega_i \in \Omega$, de tal forma que

$$p_i \geq 0 \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad (5.57)$$

lo que quiere decir que no puede haber una salida con probabilidad negativa, ya que físicamente por el principio de causalidad no existen experimentos con $p_i < 0$. Consideremos un subconjunto A de Ω tal que $A \in \Omega$, entonces las salidas asociadas a A tienen también una probabilidad bien definida. A los subconjuntos A_i de Ω se les conoce como eventos y en la práctica es necesario considerar estos eventos y sus probabilidades asociadas. Puede ocurrir en la realización de un experimento que un evento sea igual a una salida aún a Ω ; algunos ejemplos de esto son

$$A_1 = \{\omega_1\}, \quad A_2 = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}, \quad A_3 = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_m\} \quad (5.58)$$

Estas últimas consideraciones nos dan pauta para ver la cuestión de la captura de una imagen de la siguiente manera: podemos considerar las salidas ω_i con cierta flexibilidad en el momento de discretizar una escena, de tal forma que la generación de un pixel a la hora de medir la radiación sobre un CIV, puede ser considerada como la salida de un experimento que genera pixels para conformar una imagen. Así, entonces, una imagen estará constituida por un conjunto ordenado de salidas (pixels). Viendo las cosas de este modo, Ω está formada por tanto por todos los pixels posibles de una imagen. De aquí podemos afirmar que, $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_k$ representa el conjunto total de imágenes que pueden ser conformadas para una geometría y condiciones específicas de un experimento de naturaleza estadística. Una imagen multispectral producto de este experimento, estará formada por un subconjunto de Ω . Por otro lado cuando se barre una escena con un barredor multispectral para obtener una imagen digital, se obtiene un cierto conjunto de pixels que forman cada línea de barrido, en esto se produce un subconjunto de $\Omega_j: A_j = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m\}$, con lo que se ve claramente que una línea de barrido puede ser vista como un evento A_j .

con tantas salidas como pixels tenga la dimensión de la imagen en la dirección de barrido. Habrá tantos eventos A_j como líneas tenga la imagen. La imagen Ω_1 estará formada por el conjunto $\Omega_1 = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$, que constituyen el número total de líneas de barrido de ésta. Por ejemplo una imagen multispectral de bandas y dimensión espacial 1-líneas x m-pixels, será producto de m eventos con 1 salidas cada uno y cada plano de una banda estará representado por una Ω_j , por lo que tendremos γ de estas Ω_j . Es necesario puntualizar aquí que de acuerdo a lo dicho en este contexto se tendrá $\gamma \leq k$, ya que para una geometría dada podemos generar muchas imágenes multispectrales de una o varias escenas siempre y cuando éstas se ajusten a las condiciones del experimento. Entonces, en general k podrá ser muy grande y γ asumirá valores relativamente pequeños ya que γ se refiere a una sola imagen multispectral de las muchas que pueden ser producidas. Con esto hemos generalizado las definiciones arriba dadas (5.56 y 5.57) ampliando nuestro criterio sin contradecir las consideraciones estadísticas originales.

Ahora podemos agregar que un evento puede ocurrir cuando cualesquiera de las salidas que lo componen ocurra. Un evento cierto es aquel que está compuesto por todas las salidas posibles que componen una banda de una imagen multispectral, así por ejemplo Ω_1 es un evento cierto. Los eventos cumplen con propiedades de la teoría de conjuntos, así por ejemplo A_1 es el complemento de A_1 y constituye la no-ocurrencia de A_1 , además $A_1 - A_1, A_1 \cup A_1$ y $A_1 \cap A_1$ son también

eventos. $A \cdot \Phi$ se le conoce como el evento nulo y es por definición un conjunto vacío, entonces si $A_1 \cap A_j = \Phi = A_1$ y A_j son mutuamente excluyentes. Consideremos ahora la probabilidad $P(A)$ asociada al evento A , de tal manera que se tiene que

$$P(A) \geq 0 \quad \text{y} \quad P(\Omega_1) = 1 \quad (5.59)$$

Ahora bien si $A_1, A_2, \dots, A_n$ es una secuencia de eventos mutuamente excluyentes, entonces

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_m) = \sum_{i=1}^m P(A_i) \quad (5.60)$$

esta secuencia bien podría ser la sucesión de líneas de barrido en el proceso de creación de una imagen digital. Por otro lado, si a cada salida ω_i de un experimento asignamos un número $f(\omega_i)$, lo que es entonces una función sobre el conjunto $A_1 = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m\}$ y que recibe el nombre de variable aleatoria. La relación f entre las salidas ω_j y los números $f(\omega_j)$ es de tipo determinista, es decir, una vez que ha ocurrido una salida ω_j el valor que toma la variable aleatoria es una cantidad completamente determinada a través de la regla de asignación f . Lo que es aleatorio es la ocurrencia de la salida misma, la que no es un número sino un hecho que ocurre. Es muy importante señalar que de acuerdo a lo discutido hasta ahora, la regla de asignación f está determinada por el sensor remoto, ω_j constituye el hecho de medir sobre un CIV determinado y $f(\omega_j)$ es el número que se le asigna al pixel correspondiente. Como ya se había apuntado en la sección (5.2), en el momento de barrer una línea sobre la escena, se produce una serie de tiempo de los valores de radiancia provenientes de la escena; dicha serie constituye por tanto una variable aleatoria. Existen otros tipos de eventos que son interesantes para los propósitos de análisis de imágenes que nos hemos fijado. Así, por ejemplo, el evento $\{f \leq z\}$ representa el conjunto de todas las salidas ω_j para las cuales $f(\omega_j) \leq z$, donde z es un número arbitrario pero fijo, de tal forma que para cada z , $\{f \leq z\}$ es un evento. También, para dos números x_1 y x_2 , $\{x_1 \leq f \leq x_2\}$ es un evento formado por todas las salidas para las cuales $f(\omega_j)$ se encuentra entre x_1 y x_2 . Para finalizar en esta serie de ejemplos, es claro que el conjunto $\{f = z\}$ es un evento en forma similar a los demás. De estos eventos tomemos por conveniencia el conjunto $\{f \leq z\}$, la razón de elegir a éste se verá en el desarrollo subsecuente. La probabilidad asociada a $\{f \leq z\}$ es un número que depende de z , es decir es una función de z . Sea esta función $P_f(z)$, entonces

$$P_f(z) = P\{f \leq z\} \quad (5.61)$$

A la función $P_f(z)$ se le conoce como la función de distribución de probabilidades de la variable aleatoria f . Supóngase que $P_f(z)$ es derivable y que tiene las siguientes propiedades.

a). $P_f(-\infty) = 0$, $P_f(\infty) = 1$, esta última es el conjunto de todas las salidas y la primera se debe al principio de causalidad.

b). $P_f(z_1) \leq P_f(z_2)$ para $z_1 \leq z_2$, esto es así ya que para $z_1 \leq z_2$, $\{f \leq z_1\}$ es siempre un subconjunto de $\{f \leq z_2\}$ y además si $A \subset B$, entonces $P(A) \leq P(B)$.

c). $P_f(z_1 \leq f \leq z_2) = P_f(z_2) - P_f(z_1)$ que se deriva fácilmente de lo anterior.

Podemos ahora introducir la siguiente definición; a la derivada

$$p_f(f) = \frac{dP_f(z)}{dz} \quad (5.62)$$

de la función de distribución se le llama función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria. Con la combinación de esta última definición y de la propiedad (c) puede obtenerse un resultado útil con una interpretación sencilla

$$P_f(z_1 \leq f \leq z_2) = P_f(z_2) - P_f(z_1) = \int_{z_1}^{z_2} p_f(z) dz = \int_{z_1}^{z_2} \frac{dP_f(z)}{dz} dz \quad (5.63)$$

con lo cual es claro que

$$P_f(z) = \int_{-\infty}^z p_f(z) dz \quad (5.64)$$

Con este último resultado podemos entender fácilmente que la definición (5.61) es adecuada, pues se trata de una probabilidad acumulativa ya que se consideran las salidas para las cuales $\{f(\omega_j) \leq z\}$, al aumentar este número z , se incluyen todas las salidas anteriores más las que se agregan en este incremento. En otras palabras y a la luz de (5.64) se considera que el área bajo la curva de la función de densidad es la probabilidad asociada al evento $\{f \leq z\}$. A partir de esta interpretación puede verse que cuando el conjunto de muestras disponibles es representativo del universo completo de medidas,

entonces se tiene que si Δz es suficientemente pequeña, se obtiene la siguiente aproximación

$$P_f(z \leq f \leq z + \Delta z) = p_f(z) \Delta z \quad (5.65)$$

de aquí que la función de densidad pueda escribirse como

$$p_f(z) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} P_f(z \leq f \leq z + \Delta z) / \Delta z \quad (5.66)$$

Esta definición tiene un valor práctico ya que permite visualizar un método aproximado para obtener la función de densidad tanto de una variable aleatoria continua como discreta. Este método es el siguiente

1.- Repítase el experimento un gran número N de veces.

2.- Cuéntese el número de veces que la variable aleatoria asume valores entre z y $z + \Delta z$, con $z \ll$ al intervalo de valores que toma la variable aleatoria; sea este número $N_{\Delta z}$.

3.- Es claro que la probabilidad de que la variable aleatoria tome valores entre z y $z + \Delta z$ es de aproximadamente $N_{\Delta z} / N$.

4.- Por tanto $p_f(z) = \frac{N_{\Delta z}}{N} \Delta z$.

Este resultado refuerza la conveniencia de la definición adoptada para $P_f(z)$, ya que del punto (4) se dice entonces que, para una banda de una imagen digital multiespectral, $p_f(z)$ está representada, en buena aproximación, por el histograma de valores de los pixels que la componen. Nótese que el área bajo la curva de la función de densidad entre z_1 y z_2 es igual a la probabilidad de que f tome un valor entre z_1 y z_2 . De aquí podemos decir que $P_f(z) = P(f \leq z)$ es la probabilidad de que f tome un valor entre $-\infty$ y z . La evaluación, modelación o estimación de la función de densidad nos permite hacer una descripción de la imagen por sus características promedio, es decir, de la imagen en su conjunto. Dos de las propiedades promedio más interesantes son el valor medio y la desviación standard. El valor medio o el valor esperado $E\{f\} = \int f$ de una variable aleatoria f se define como

$$\mu_f = E\{f\} = \int_{-\infty}^{\infty} z p_f(z) dz \quad (5.67)$$

Bajo ciertas condiciones¹⁰ μ , que se conoce también como el primer momento estadístico, es igual o aproximadamente igual al promedio

$$E\{f\} = \sum_{i=1}^{\infty} z_i p_f(z_i) \Delta z_i \quad (5.68)$$

entonces utilizando las anteriores definiciones, se tiene

$$E\{f\} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i \quad (5.69)$$

expresión que puede ser reescrita como sigue

$$E\{f\} = \frac{\sum_{i=1}^N z_i \text{ número de veces que } f \text{ cae en el intervalo } [z_i, z_{i+1})}{\text{número total de veces que se realiza el experimento}} \quad (5.70)$$

que es la definición usual de promedio. En la relación (5.70) se supone implícitamente que se cuenta con una muestra válida del universo de medidas. La segunda propiedad promedio utilizada en la descripción del conjunto de una imagen, es la desviación standard o segundo momento. Una manera interesante de introducir esta cantidad es a partir de la misma relación (5.67) que se empleó para el valor medio, puesto que es fácil demostrar que si $g = L\{f\}$ es una función de la variable aleatoria f , entonces g también es una variable aleatoria y se tiene la siguiente relación

$$E\{g\} = E\{L\{f\}\} = \int_{-\infty}^{\infty} L\{f\} p_f(z) dz \quad (5.71)$$

que es en realidad una generalización de la expresión (5.67). Sea ahora μ_f el valor medio de f , entonces la varianza σ_f^2 de f , se define como sigue

$$\sigma_f^2 = E\{(f - \mu_f)^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} (z - \mu_f)^2 p_f(z) dz \quad (5.72)$$

A la raíz cuadrada de la varianza se le conoce como la desviación standard y también existe una relación aproximada en forma análoga a como lo es para el valor medio. Existen otros momentos con interpretación simple y que se emplean en la descripción de imágenes, sin embargo, éstos se verán mejor en los siguientes párrafos donde se generalizarán las ideas vertidas en la presente sección. Los momentos de alto orden no se tocarán aquí pues están fuera de los objetivos de esta obra. Para la varianza también existe una interpretación sencilla como lo es que representa una medida de la dispersión de los datos o una medida del contenido de la información. Al proporcionar la función de densidad de una imagen estamos finalmente dando una descripción de conjunto de la misma, ya que no nada más damos la probabilidad de

ocurrencia de un cierto valor de un pixel, sino que también a partir de dicha función de densidad podemos obtener los momentos mencionados. La función de densidad es por tanto un modelo estocástico de la imagen. Existe una gran variedad de formas para la función de densidad, algunas de ellas se listan a continuación

La densidad Gaussiana

$$p_f(k,1) = [2\pi\sigma_f^2(k,1)]^{-1/2} \exp\left[-\frac{[f(k,1) - \mu_f(k,1)]^2}{2\sigma_f^2(k,1)}\right] \quad (5.73)$$

La densidad de Rayleigh

$$p_f(k,1) = \frac{f(k,1)}{\alpha^2} \exp\left[-\frac{f(k,1)^2}{2\alpha^2}\right] \quad (5.74)$$

La densidad Log-Normal

$$p_f(k,1) = [2\pi f(k,1)^2 \sigma_f^2(k,1)]^{-1/2} \exp\left[-\frac{[\log\{f(k,1)\} - \mu_f(k,1)]^2}{2\sigma_f^2(k,1)}\right] \quad (5.75)$$

La densidad Exponencial

$$p_f(k,1) = \alpha \exp[-\alpha f(k,1)] \quad (5.76)$$

La densidad Uniforme

$$p_f(k,1) = 1/2\pi \quad (5.77)$$

En las expresiones para estas funciones de densidad, $f(k,1)$ es el valor del pixel cuya posición es $(k,1)$ y α es una constante. Para imágenes reales es necesario evaluar la función de densidad para $\alpha > 0$, ya que no existen valores de radiación negativos. Para finalizar esta parte diremos que es importante hacer notar que en la realización completa de un experimento, se tienen los siguientes aspectos del mismo: 1). El fenómeno bajo estudio; 2). El proceso de captura de información de tal fenómeno; 3). Los datos obtenidos; 4). El tratamiento de los datos y, 5). El modelo del fenómeno físico. En cada aspecto se puede aplicar un modelaje determinista o estocástico, dependiendo del conocimiento que se tenga del experimento, de la realización matemática y de consideraciones prácticas.

Pasemos ahora a generalizar las ideas y definiciones arriba vertidas en cuanto a un experimento de naturaleza estadística, con el objeto de poder describir en forma global a una imagen multispectral. Sea por tanto una familia de funciones $f_s(\omega_j)$, la que depende del parámetro s y que se encuentra definida sobre el conjunto de todas las salidas $\Omega_j = \{A_1, A_2, \dots, A_l\}$ de un experimento dado. El parámetro s es tal que $s \in I$ donde I es un intervalo del eje real o una región de un espacio multidimensional, el cual por simplicidad se considera Euclidiano. Es claro que a partir de estas definiciones, para un valor fijo de s , se tiene una función bien definida sobre el conjunto de salidas Ω_j . Para cada valor de ω_j , es decir para cada salida, $f_s(\omega_j)$ es una función de s sobre un intervalo o una región de I , según sea el caso. Cuando I es unidimensional y además está constituido por una colección de puntos discretos: $I = \{1, 2, \dots, n\}$, entonces la familia de funciones es simplemente un conjunto de variables aleatorias. Existen por tanto dos posibilidades, dependiendo de I , de visualizar a $f_s(\omega_j)$:

a). $f_s(\omega_j)$ es claramente una familia de variables aleatorias, cada miembro de la familia generado por un valor de s .

b). $f_s(\omega_j)$ puede ser también una familia de funciones de s , cada miembro de esta familia correspondiendo a una salida ω_j .

Cuando I es uni-dimensional, la familia de funciones se llama proceso estocástico. Cuando I es n -dimensional, la familia de funciones $f_s(\omega_j)$ se llama campo aleatorio, el que puede ser real o complejo. Supóngase ahora que I es bi-dimensional, es decir sea I el plano x - y , de tal manera que s es un punto de este plano ya que $s \in I$. Por tanto s puede ser representado ya sea por sus coordenadas o por su vector de posición r . Por esto, el campo aleatorio $f_s(\omega_j)$ será denotado de ahora en adelante como $f(r, \omega_j)$, de aquí que para un valor de r , $f(r, \omega_j)$ es una variable aleatoria, mientras que para una salida ω_j , $f(r, \omega_j)$ es una función sobre el plano x - y . De acuerdo a como se habían planteado las cosas más arriba, a Ω_j se le había denominado como el conjunto de salidas correspondiendo a una banda de una imagen multispectral, de tal forma que denotaremos más bien a esta imagen como $f(r, \Omega_j)$, donde j es el índice que representa las bandas que la componen. Esta representación se encuentra esquematizada en la figura 5.11, donde se muestra una imagen multispectral de γ bandas y caracterizada por el campo aleatorio $f(r, \Omega_j)$. En este caso Ω_j corresponde a la selección de una imagen i a partir de una colección de ellas. En la figura 5.11 se ve que para un valor de r , es decir $r = \overrightarrow{OA}$, $f(r, \Omega_j)$ es una función de Ω_j , es decir una variable aleatoria. Por tanto para r fija, la variable aleatoria correspondiente representa los valores de un pixel sobre todas las bandas de la imagen y a esto se le conoce como respuesta espectral. Para una banda Ω_j dada, $f(r, \Omega_j)$ es una función bi-dimensional en el plano x - y : una banda de la imagen

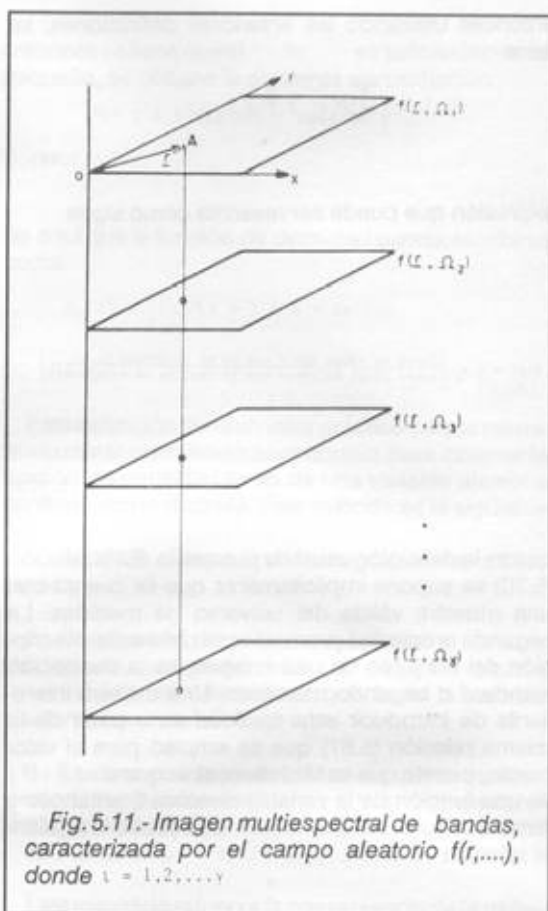


Fig. 5.11.- Imagen multispectral de bandas, caracterizada por el campo aleatorio $f(r, \Omega_j)$, donde $j = 1, 2, \dots, \gamma$

multispectral. Hay que hacer notar que en este último caso y dependiendo de como se considere a Ω_j , $f(r, \Omega_j)$ puede representar un pixel o una subimagen de la banda. En resumen diremos lo siguiente: a). Para Ω_j fija, $f(r, \Omega_j)$ es una superficie que representa la variación de intensidad de la radiación medida en función de (x, y) para un intervalo prefijado de energía y sobre el dominio D ; a esto se le conoce como banda; b). Para r fijo, $f(r, \Omega_j)$ es una variable aleatoria que se conoce como respuesta espectral y esto representa la variación de intensidad de la radiación medida para un mismo CIV y en función de su energía.

Como ya se mencionó, el campo aleatorio $f(r, \Omega_j)$ constituye una variable aleatoria para un valor específico de r , en general esta variable no tendrá las mismas propiedades estadísticas para todos los valores de $r \in D$ para los cuales está definida la imagen. En otras palabras, las funciones de distribución y densidad para la familia de variables aleatorias $f(r, \Omega_j)$, dependerá del valor de r , por tanto.

$$P_f(z; r) = P\{f(r, \Omega_j) \leq z\} \quad (5.78)$$

es la función de distribución de la variable aleatoria $f(r, \Omega_j)$ en el punto $r \in D$ en el plano x - y . La función de

densidad respectiva está dada entonces por

$$p_f(z; r) = \frac{\partial p_f(z, r)}{\partial z} \quad (5.79)$$

Dada la forma en la que hemos desarrollado estos últimos conceptos es fácil ver que $f(r, \Omega_1)$ está definida para toda Ω_1 , por lo que de ahora en adelante se denotará a $f(r, \Omega_1)$ por $f_1(r)$ o por $f_1(x, y)$ para una imagen continua o por $f_1(k, l)$ para una imagen digital multiespectral. Entenderemos por tanto que $f_1(r)$ representa una familia de funciones bidimensionales. Por otro lado para los puntos $r_1, r_2, \dots, r_q \in \Omega$, tenemos q variables aleatorias $f(r_1), f(r_2), \dots, f(r_q) \in \Omega_1$. De aquí podemos decir que una imagen digital de dimensión $n \times m$ está compuesta por $q = n \times m$ respuestas espectrales, todas ellas interrelacionadas a través de la función de distribución conjunta

$$P_f(z_1, z_2, \dots, z_q; r_1, r_2, \dots, r_q) = P\{f(r_1) \leq z_1, \dots, f(r_q) \leq z_q\} \cap \Omega_1 \quad (5.80)$$

y a través de la función de densidad conjunta

$$p_f(z_1, z_2, \dots, z_q; r_1, r_2, \dots, r_q) = \frac{\partial^q p_f(z_1, \dots, z_q; r_1, \dots, r_q)}{\partial z_1 \dots \partial z_q} \quad (5.81)$$

Cabe añadir que estas funciones conjuntas son necesarias en la descripción de la correlación espacial que existe entre diferentes objetos presentes en una imagen multiespectral. La modelación de (5.80) y de (5.81) nos da una caracterización global de la distribución de valores de radiación de la escena.

Dado que el campo aleatorio $f(r, \Omega_1)$ es una variable aleatoria para una r dada, entonces, en general, la respectiva función de densidad dependerá del valor de r que se escoja y por tanto el valor esperado de f debe también ser una función de r ; entonces a

$$\mu_f(r) = E\{f(r)\} = \int_{-\infty}^{\infty} z p_f(z; r) dz \quad (5.82)$$

se le llama la media del campo aleatorio en r y es a su vez una variable aleatoria. Un momento estadístico de mucho interés para el análisis de imágenes multiespectrales es el que se refiere a la función de autocorrelación. La autocorrelación $R_{ff}(r_1, r_2)$ de un campo aleatorio $f(r)$ está definida como el valor espe-

rado del producto de dos variables aleatorias $f(r_1)$ y $f(r_2)$ y se expresa como sigue

$$R_{ff}(r_1, r_2) = E\{f(r_1)f(r_2)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} z_1 z_2 p_f(z_1, z_2; r_1, r_2) dz_1 dz_2 \quad (5.83)$$

Más adelante veremos que así como existen expresiones aproximadas para los dos primeros momentos cuando l es un intervalo en el eje real, también bajo ciertas condiciones se pueden encontrar relaciones para μ_f y R_{ff} que faciliten su evaluación para cuando l es una región o dominio del plano $x-y$. Por lo pronto podemos decir que a medida que r_1 y r_2 se alejan entre sí, $f(r_1)$ y $f(r_2)$ se hacen más distintas pues probablemente correspondan a objetos diferentes, mientras que para r_1 y r_2 cercanos, es posible que $f(r_1)$ y $f(r_2)$ correspondan a la respuesta espectral del mismo objeto. Para dos objetos radicalmente diferentes, pero cercanos entre sí, $f(r_1)$ y $f(r_2)$ serán muy distintas aún cuando r_1 y r_2 estén relativamente cercanas. Una variación rápida o lenta de los valores de los pixels a lo largo de x o y será detectada por la función de autocorrelación ya que ésta es una función vectorial. Es por estas razones que a R_{ff} se le utiliza como una primera aproximación para cuantificar la textura de una imagen digital. Otro momento empleado para describir a una imagen es la autocovarianza que se define por medio de la siguiente relación

$$C_{ff}(r_1, r_2) = E\{[f(r_1) - \mu_f(r_2)][f(r_1) - \mu_f(r_2)]\} \quad (5.84)$$

La autocovarianza tiene una interpretación física similar a la autocorrelación ya que es muy fácil demostrar que

$$C_{ff}(r_1, r_2) = R_{ff}(r_1, r_2) - \mu_f(r_1)\mu_f(r_2) \quad (5.85)$$

La autocovarianza y la autocorrelación están relacionadas a través de la media μ_f , que bajo ciertas condiciones se puede interpretar como el promedio. De aquí que cuando estas condiciones se satisfacen, es preferible utilizar la autocovarianza como un indicador de la textura, puesto que el promedio puede verse así como la componente de frecuencia cero de la variación espacial de los tonos de la imagen. La autocovarianza representa en esta situación, la variación de los valores de los pixels con una frecuencia diferente de cero.

La correlación cruzada de dos campos aleatorios f y g está dada por

$$R_{fg}(r_1, r_2) = E\{f(r_1)g(r_2)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 p_{fg}(x_1, x_2; r_1, r_2) dx_1 dx_2 \quad (5.86)$$

donde P_{fg} es la función de densidad conjunta de $f(r_1)$ y $g(r_2)$. La covarianza cruzada está definida por la siguiente relación

$$C_{fg}(r_1, r_2) = E\{[f(r_1) - \mu_f(r_1)][g(r_2) - \mu_g(r_2)]\} \quad (5.87)$$

y que se puede reescribir en función de la correlación cruzada

$$C_{fg}(r_1, r_2) = R_{fg}(r_1, r_2) - \mu_f(r_1)\mu_g(r_2) \quad (5.88)$$

Tanto la correlación como la covarianza cruzadas pueden ser utilizadas como modelos de similitud entre dos campos aleatorios, ya que si éstos son iguales, los valores correspondientes de tales funciones será máximo y su valor decrecerá a medida que los campos sean diferentes hasta ser completamente decorrelacionados, en cuyo caso

$$C_{fg}(r_1, r_2) = 0 + E\{f(r_1)g(r_2)\} = E\{f(r_1)\}E\{g(r_2)\} \quad (5.89)$$

Desde luego gran cuidado deberá tenerse en la normalización por posibles efectos en diferencias en geometría, escala y orientación que pudieran tener los campos f y g . Ahora bien, dos campos aleatorios f y g son ortogonales si para cualquier r_1 y r_2 se tiene

$$R_{fg}(r_1, r_2) = 0 \quad (5.90)$$

Es necesario hacer notar que lo expuesto hasta ahora es válido para campos aleatorios reales puesto que la función de distribución se define en términos del número z , el que se supone real.

Un caso particular e interesante es cuando un campo aleatorio es homogéneo o estacionario; esto es así si se cumplen dos condiciones: a). El valor esperado $E\{f(r)\}$ es independiente de la posición

r , por lo que $\mu(r) = \mu =$ constante e independiente de r y la segunda condición es que, b). Su función de autocorrelación sea invariante frente a translaciones

$$R_{ff}(r_1, r_2) = R_{ff}(r_1 + r_0, r_2 + r_0) \quad (5.92)$$

donde r_0 es un vector cualquiera del plano x - y . Como esta última relación es válida para cualquier r_1, r_2 y r_0 , entonces haciendo $r_0 = -r_2$, la función de autocorrelación puede escribirse de la siguiente manera

$$R_{ff}(r_1, r_2) = R_{ff}(r_1 - r_2, 0) = R_{ff}(r_1 - r_2) \quad (5.93)$$

que depende únicamente del vector diferencia $r_1 - r_2$, que es finalmente una condición de estacionariedad espacial. En imágenes de escenas reales generalmente sólo puede suponerse estacionariedad local, aún cuando en muchas ocasiones se hacen operaciones a la imagen como si ésta cumpliera las dos condiciones mencionadas (5.91 y 5.92). Además de esto podemos decir que cuando un campo aleatorio es homogéneo se tiene que

$$R_{ff}(r_1 - r_2) = R_{ff}(r_2 - r_1) \quad (5.94)$$

esto quiere decir que si $r_1 = (x_1, y_1)$ y $r_2 = (x_2, y_2)$, entonces

$$R_{ff}(x_1, y_1; x_2, y_2) = R_{ff}(x_2 - x_1, y_2 - y_1) = R_{ff}(x_1 - x_2, y_1 - y_2) \quad (5.95)$$

y si se hace $\alpha = x_2 - x_1$ y $\beta = y_2 - y_1$, la función de autocorrelación puede escribirse como

$$R_{ff}(x_1, y_1; x_2, y_2) = R_{ff}(\alpha, \beta) = R_{ff}(-\alpha, -\beta) \quad (5.96)$$

Por otro lado como r_0 es arbitrario podemos escogerlo de manera conveniente, así que hacemos $r_0 = -r_2 + r$ y entonces para dos campos aleatorios f y g conjuntamente homogéneos se tiene lo siguiente

$$R_{fg}(r_1, r_2) = E\{f(r_1 + r_0)g(r_2 + r_0)\} \quad (5.97)$$

y de aquí

$$E\{f(r_1 + r_0)g(r_2 + r_0)\} = R_{fg}(r_1 + r_0, r_2 + r_0) \quad (5.98)$$

con lo que substituyendo el valor que escogimos para r_0 , tenemos

$$R_{fg}(r_1, r_2) = E\{f(r_1 - r_2 + r)g(r)\} \quad (5.99)$$

Ahora bien, introduciendo las definiciones para α y β , se tiene finalmente

$$R_{fg}(r_1, r_2) = E\{f(x + \alpha, y + \beta)g(x, y)\} \quad (5.100)$$

que representa la condición de estacionalidad conjunta y que puede expresarse como una invarianza frente a translaciones. Es posible que existan campos aleatorios con un grado mayor de simetría, es decir que la autocorrelación sea invariante ante rotaciones de tal forma que sólo dependa de la distancia Euclidiana

$$|r_1 - r_2| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (5.101)$$

Los campos aleatorios que cumplen con esta propiedad se llaman homogéneos e isotrópicos. Se puede afirmar en general, que cuando una imagen contiene estructuras más simples, el campo aleatorio respectivo satisface más propiedades de simetría. Las condiciones dadas por (5.91 y 5.92) establecen la estacionalidad en lo que se conoce como el sentido amplio. Además el concepto de campos aleatorios homogéneos es de hecho una generalización, a espacios de dos o más dimensiones de los procesos estocásticos estacionarios. Otra manera de ver la estacionalidad espacial, es cualitativamente imaginando que la función que genera los valores de los pixels es la misma. Esto implica que las condiciones físicas bajo las cuales se adquirió la imagen son iguales, independientemente de la posición relativa que guardan los CIV de la escena. Por condiciones físicas entendemos la geometría particular del experimento, los requerimientos de homogeneidad de la fuente de radiación y la respuesta uniforme de los detectores del sistema de captura. Un aspecto relacionado con estos conceptos de simetría es el de la correlación observacional⁹ relativa a CIV vecinos. Algunos sistemas de captura funcionan de tal manera que al realizar mediciones acerca de una escena lo hacen sobre CIV traslapados. En otros casos los mecanismos de degradación son tales que ciertos fenómenos de dispersión¹¹ hacen que el valor de medida de un CIV esté influido por sus vecinos cercanos. En estos dos ejemplos se describe el problema de la correlación observacional cuyo principal efecto es el de ocasionar una falta de estacionalidad espacial en el campo aleatorio resultante. En todo caso es necesario eliminar cualquier correlación observacional a través de métodos como la descomposición en

componentes principales. Otra propiedad promedio que se emplea en la descripción de una imagen digital es la que se refiere a la densidad espectral o espectro de potencia de un campo aleatorio homogéneo. Esta densidad se define como la transformada de Fourier de la función de autocorrelación

$$S_{ff}(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ff}(\alpha, \beta) \exp\{-2\pi j(\alpha\omega_1 + \beta\omega_2)\} d\alpha d\beta \quad (5.102)$$

o bien la densidad espectral cruzada de dos campos aleatorios, se escribe en forma vectorial como

$$S_{fg}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{fg}(r) \exp\{-2\pi j r \cdot \omega\} dr \quad (5.103)$$

con $r = (\alpha, \beta)$ y $\omega = (\omega_1, \omega_2)$. Cabe anotar aquí que es muy fácil escribir la versión digital para la densidad espectral. Dada la interpretación que se dio para la función de autocorrelación en términos de la textura, puede ahora decirse que la densidad espectral es la distribución de frecuencias de la variación espacial de los valores de los pixels que componen la imagen digital.

Las propiedades promedio que se han planteado en esta última sección se encuentran definidas finalmente a través de la función de densidad, la que es o difícil o laboriosa de evaluar. Un principio que cumple cierta clase de campos aleatorios permite la evaluación directa de las propiedades promedio mencionadas. Este principio es el que se refiere al teorema ergódico¹⁰ y que se verá aquí en forma cualitativa y relacionada únicamente con los dos primeros momentos; aún así esto es suficiente para entender el procedimiento de evaluación directa que se comentó arriba.

En lo que sigue se supondrá que la discusión concierne solamente a campos aleatorios homogéneos. En las expresiones para los dos primeros momentos $\mu(r)$ y $R_{ff}(r_1, r_2)$, se entiende que son relaciones para las propiedades promedio de conjunto del campos aleatorio, es decir son conocidas como promedios de conjunto. Veamos ahora qué significa la expresión para la media $\mu_f(r)$. Esta quiere decir que el experimento bajo desarrollo se repite un gran número de veces (los CIV medidos) y que para cada realización se observa la banda Ω_1 , se muestrea la función bi-dimensional correspondiente de entre la familia $f(r)$ en la posición r y se promedian los valores así obtenidos. Considérese ahora el siguiente promedio espacial

$$\bar{A} = \lim_{D \rightarrow \infty} \frac{1}{D} \int_{\Omega_1} f(x, y) dx dy, \quad \forall \Omega_1 \quad (5.104)$$

donde ζ es una región conectada simple acotada en el plano x - y , ρ es el área de tal región y por $\lim_{\rho \rightarrow \infty}$ se entiende un proceso que tiende a cubrir el plano x - y entero. La relación (5.104) representa una familia de ecuaciones, una para cada banda de la imagen multispectral $f(x, \Omega_i)$.

Al substituir este campo aleatorio en (5.104) se produce un número para cada Ω_i . La colección de estos números es una función sobre el conjunto de bandas; de aquí que A sea una variable aleatoria en general. Podemos ahora decir lo siguiente: 1). Si la variable aleatoria A es tal que su valor es el mismo para todas las Ω_i , es decir si A es una constante; 2). Si esta constante es igual a la media del campo aleatorio homogéneo, entonces éste es ergódico con respecto a la media. Esta consideración de ergodicidad es muy importante en aplicaciones computacionales relacionadas con el análisis de imágenes, ya que si una colección de imágenes (bandas) forman un campo aleatorio que sea ergódico con respecto a la media, entonces el primer momento de este campo puede ser obtenido por un simple promedio espacial de los valores de los pixels de cualquiera de las bandas de la colección. Consideraciones análogas pueden hacerse en relación a la autocorrelación, la que también es un promedio de conjunto del campo aleatorio en cuestión. La definición para este promedio es equivalente a repetir el experimento respectivo un gran número de veces y para cada realización, observar las bandas Ω_i , muestrear la función bi-dimensional asociada a partir de la familia $f(r)$ para los puntos r_1 y r_2 , determinar el producto de estas dos muestras y promediar el resultado así obtenido. Sea ahora el siguiente promedio espacial para un campo aleatorio homogéneo

$$R(\alpha, \beta) = \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{1}{\rho} \int_{\zeta} f(x, y) f(x + \alpha, y + \beta) dx dy, \quad \forall \Omega_i \quad (5.105)$$

donde ζ es una región conectada simple acotada en el plano x - y , ρ es el área cubierta por tal región y por $\lim_{\rho \rightarrow \infty}$ se entiende un proceso que tiende a cubrir el plano x - y entero. Es claro que $R(\alpha, \beta)$ es una variable aleatoria en general, ya que para cada banda se obtiene un número. La colección de estos números

para el campo aleatorio $f(x, \Omega_i)$ constituye una variable aleatoria. Ahora bien, si esta variable aleatoria es igual a una constante para todo par (α, β) y si este valor constante es igual a $R_{eff}(\alpha, \beta)$, entonces el campo aleatorio es ergódico con respecto a la autocorrelación. Si un campo aleatorio es ergódico con respecto a la autocorrelación, entonces la función $R_{eff}(\alpha, \beta)$ puede obtenerse simplemente por el promedio dado por (5.105) para cualquier banda del campo aleatorio. Como hemos visto el cálculo de propiedades estadísticas de una imagen, como la media y la autocorrelación es grandemente simplificado si el proceso que generó el campo aleatorio correspondiente es ergódico. Es muy difícil demostrar que tal o cual proceso es ergódico con respecto a todos los momentos estadísticos, generalmente sólo puede hacerse para los primeros de ellos. Aún así, ergodicidad para los dos o tres primeros momentos es suficiente para muchas aplicaciones importantes del análisis de imágenes. En la práctica, la ergodicidad de un campo aleatorio se asume con frecuencia y se realizan cálculos como si tal fuese el caso. Muchas imágenes no satisfacen el principio de ergodicidad por lo que considerables errores pueden introducirse al evaluar propiedades estadísticas y al realizar clasificaciones espectrales. Es responsabilidad del investigador el evaluar el error que se comete al suponer válida la ergodicidad así como el de explorar su aplicación en un campo aleatorio. Podemos añadir que un proceso ergódico es estacionario, pero un proceso estacionario no siempre es ergódico. También, un sistema ergódico es no-destrutivo aunque no necesariamente sea válido a la inversa. Un sistema con memoria nunca es ergódico. Para finalizar podemos decir que la validez de la relación (5.105) implica cualitativamente lo siguiente: supongamos que por algún procedimiento podemos obtener n -copias del sistema que deseamos estudiar; digamos n -muestras o n -preparaciones. Dejamos ahora evolucionar en el tiempo estas n -copias y obtenemos imágenes en n -tiempos diferentes. Así por ejemplo la primera copia la observamos en el tiempo t_1 , la segunda en el t_2 y así sucesivamente. Ergodicidad quiere decir entonces que es lo mismo observar la evolución de un sistema en el tiempo que la observación de n -sistemas en diferentes tiempos o estados de evolución. De esta forma, a partir de la imagen de un bosque digamos y, si se cumple la ergodicidad podemos inferir el crecimiento de un pino por la observación de varios pinos en diferentes etapas de crecimiento.

5.7. Referencias

- (1). J. Lira (1987). *La percepción Remota: Nuestros Ojos Desde el Espacio*, Fondo de Cultura Económica, México D.F.
- (2). G.A. Mastin (1985). Adaptive Filters for Digital Image Noise Smoothing: An Evaluation, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, Vol. 31, pp. 103-121.
- (3). A. Rosenfeld y A.C. Kak (1982). *Digital Picture Processing*, Vol. I, II, Academic Press.
- (4). F.M. Wahi (1987). *Digital Image Signal Processing*, Artech House.
- (5). R.C. González y P. Wintz (1987). *Digital Image Processing*, 2nd Ed., Addison-Wesley.
- (6). R.N. Bracewell (1978). *The Fourier Transform and its Applications*, McGraw-Hill.
- (7). H. Margenau y G.M. Murphy (1965). *The Mathematics of Physics and Chemistry*, D. van Nostrand Co.
- (8). H.C. Andrews y B.R. Hunt (1977). *Digital Image Restoration*, Prentice-Hall.
- (9). T.H. Barringer y V.B. Robinson (1981). Stochastic Models of Cover Class Dynamics, *Proceedings, XV International Symposium on Remote Sensing of Environment*, Ann Arbor, Michigan.
- (10). A. Papoulis (1965). *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill.
- (11). J. Lira y A. Oliver (1984). A Diffusion Model to Correct Multispectral Images for the Atmospheric Scattering Effect, *Journal of Imaging Technology*, Vol. 10, pp. 93-98.

NOCIONES GENERALES DE PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMAGENES

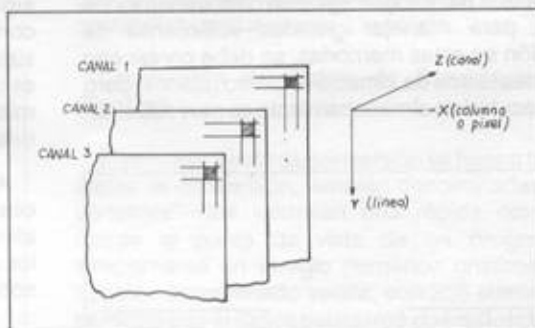
Marcelo G. CAMPI

*Sub-Director, Centro de Sensores Remotos, Comisión Nacional de Investigaciones Espaciales (CNIE) de la República Argentina.
Av. Libertador 1513, (Vicente López). Buenos Aires, Argentina.
Teléfono 7956053. Télex 17511 LANBA AR.*

Introducción

Con la intención de presentar lo más sencillamente para el lector el manipuleo de la imagen en una computadora, supongamos que la misma está dividida en una cuadrícula, donde cada elemento, denominado pixel, contiene un valor de gris proporcional a la reflectividad de la imagen en esa posición. Cuando una escena está compuesta por varias imágenes correspondientes a respuestas en distintas bandas del espectro, su representación se hace en tres dimensiones:

Con el fin de optimizar el uso de las características del computador, la unidad de almacenamiento en medios periféricos es por línea completa y por canal. Todos los procedimientos de tratamiento de la imagen deben tener en cuenta, como se rescata cada unidad de información, lo que incide con gran peso en el tiempo de proceso total.

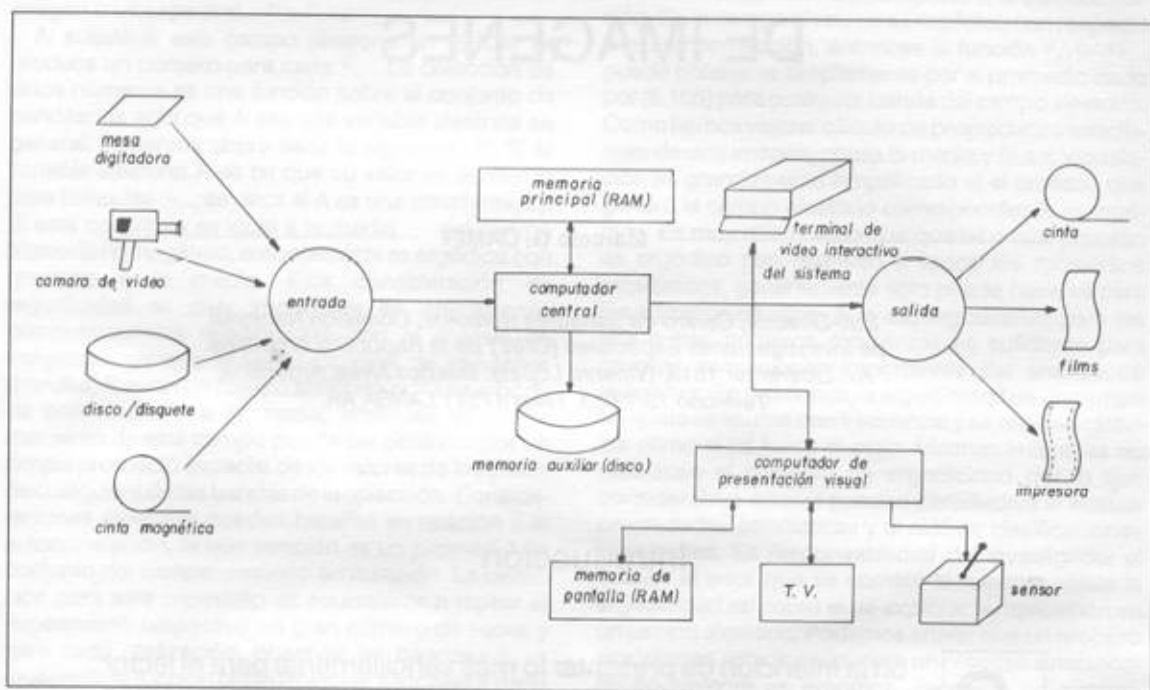


N. de la R.

Este trabajo pretende entregar nociones generales de procesamiento digital de imágenes y sus correspondientes ejemplos reales. Ha sido diseñado como una introducción al tema, especialmente útil para no especialistas. Por ello, la Dirección Editorial de la Revista SELPER ha considerado de interés incluirlo en este número, como una interesante iniciación al tema. Este trabajo fue extractado de los Apuntes Docentes del Curso 23, "Percepción Remota: Perspectivas de Avance y Cooperación Aeroespacial en Latinoamérica", de la Temporada Internacional 1986, "América Latina: Una Realidad", de la Universidad de Chile y dictado por los profesores Sr. Mauricio Araya F. (Universidad de Chile) y Sr. Marcelo Campi, de Procesamiento Digital de Imágenes.

1. CARACTERISTICAS PARTICULARES DE LOS SISTEMAS

Un sistema de procesamiento digital de imágenes está basado en uno o varios módulos de computación. Un esquema típico sería:

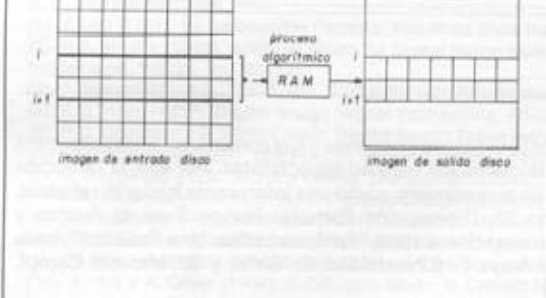


El esquema anterior es general y por supuesto puede variar con cada instalación particular. Es importante destacar ciertas características especiales por su importancia.

A. El uso de memoria RAM de alta velocidad permite alcanzar procesos en tiempo real. Como actualmente la tecnología digital no ofrece soluciones prácticas para manejar grandes volúmenes de información en estas memorias, se debe contar con medios más lentos de almacenamiento (discos) pero cuya capacidad de almacenamiento es muy superior.

B. El uso de un segundo computador (generalmente microcomputador) esclavo del computador central y con su propia memoria rápida (RAM), permite disminuir las cargas del primero, lo que incide en gran medida en los costos finales del sistema pues se puede llegar al uso de computadores personales tan difundidos actualmente y de un precio significativamente inferior a las grandes computadoras. El principio de optimización del sistema es no agregar capacidades que al final nunca se usan pero sí inciden en el precio total, o lo que es lo mismo decir, se deben buscar sistemas los más orientados al tema.

Ahora bien, como vimos, la memoria central es costosa y limitada pero muy rápida. Si ésta nos permite almacenar varias líneas de una imagen en la misma, los algoritmos deben estar condicionados a trabajar sobre estas líneas para producir la salida.



De aquí podemos ver claramente que en bien de la velocidad del sistema, los programas del sistema deben ser reducidos y optimizados para realizar la menor cantidad de operaciones de entrada/salida a disco y, por el gran volumen de información a procesar, tratar de eliminar operaciones redundantes durante el proceso. Un camino muy usado es usar tablas de conversión que son arreglos numéricos limitados generalmente a 256 elementos y cuya relación de transformación se establece una sola vez al principio del programa. Esta tabla permite para un dato

de entrada obtener la salida pre-programada en forma instantánea.

C. El software del sistema debe cumplir con ciertas características para ser eficiente:

a) Velocidad: Se logra optimizando algoritmos y manejo de datos.

b) Confiable: Además de entregar resultados correctos debe advertir ingreso de datos erróneos u órdenes equivocadas.

c) Interactivo: Debe buscar darle al usuario, generalmente lego en computación, la mayor capacidad de control a los procesos.

d) Versátil: Permitir su crecimiento futuro sin necesidad de rediseñar el sistema o romper esquemas muy rígidos.

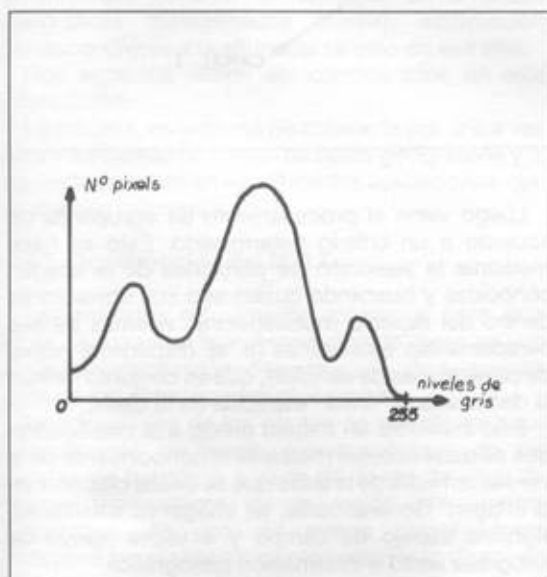
e) Portátil: Tratar de usar lenguajes universales para que ante un eventual cambio de computadora central no sea necesario empezar desde el principio.

2. ENSANCHES DE CONTRASTE

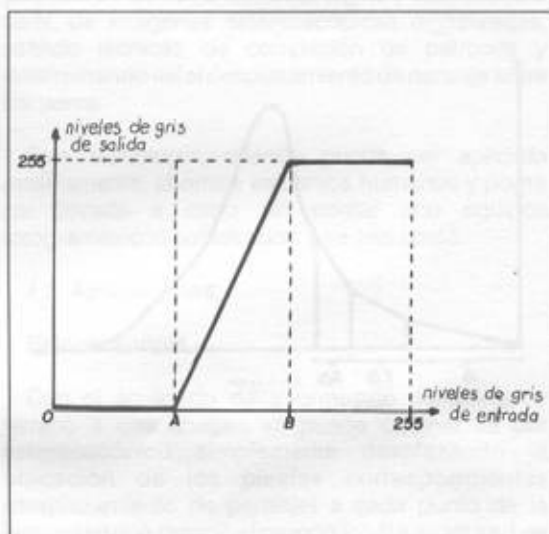
La necesidad del ensanche de contraste de una imagen digital se basa en el principio de que la vista alcanza a distinguir un número finito de valores de gris muy inferior a los provistos por este tipo de imagen. Esta limitación produce confusión cuando los niveles de gris son parecidos. Las metodologías aplicadas permiten modificar las conversiones de gris para que el ojo humano pueda percibir tonalidades necesarias.

Entre los tipos de ensanches de contraste aplicados a imágenes digitales, los más usuales son los lineales, y por nivelación de histograma.

Consideremos la distribución del histograma de niveles de gris de una imagen:



El ensanche de contraste lineal consiste en elegir un límite inferior y otro superior de la curva y allí trazar una recta de transferencia:



De esta forma los valores de gris entre A y B se distribuirán entre 0 y 255 a la salida.

Nivelación de Histograma:

Consiste en asignar mayor diferenciación de grises en aquellos lugares más poblados de la curva de histograma. El procedimiento es muy sencillo.

1º) Se calcula un incremento Δ como el cociente entre la población de pixels y el número de niveles de gris deseados (p. ej. 16).

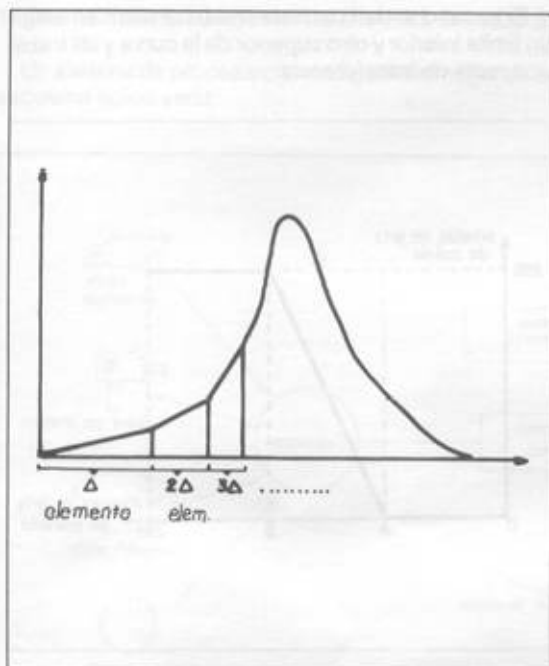
2º) Se recorre la curva contando las poblaciones de gris y cada vez que se contabilizan Δ pixel, se contabiliza un nuevo gris a la salida.

Conversión de Datos de Entrada a Salida (Tablas)

El procedimiento de conversión se hace a través de tablas de conversión, también denominadas "Look-up-tables" que permiten una rápida conversión. Desde el punto de vista de un programa, es simplemente un arreglo numérico unidimensional, también denominado vector, con 256 elementos de tal forma que el índice del mismo corresponde al nivel de gris de la imagen original y el contenido del vector en esa posición es el valor de gris a ser asignado a la imagen transformada.

Este tipo de procedimiento es altamente eficiente y con solo cambiar el contenido del vector se logra un nuevo contraste.

Para aquellos equipos en que este procedimiento de transferencia se hace a nivel hardware se puede, en tiempo real, ir moviendo un cursor hasta lograr el contraste deseado.



Aplicaciones.

El proceso de ensanche por nivelación de histograma se utiliza en aquellas imágenes en que es necesario resaltar una subimagen bien definida aunque se pierda contraste en el resto de la imagen.

El ensanche lineal pesa igualmente los tonos de la imagen dando un contraste más "suave" que el anterior usado especialmente en imágenes con riqueza de tonalidades.

Pseudocolor.

Algunos sistemas permiten colorear una imagen de acuerdo a una tonalidad de gris determinada. Este proceso, si se hace en forma interactiva (p. ej. marcando con un cursor en la imagen el nivel de gris deseado), tiene gran aplicación pues una imagen blanco y negro al ser coloreada, enriquece enormemente la capacidad del ojo en distinguir tonalidades. Las aplicaciones más útiles son en imágenes pancromáticas (placas o imágenes radiográficas, por ejemplo).

3. CLASIFICACION DE IMAGENES

Es un concepto del procesamiento digital de imágenes que agrupa los procedimientos mediante los cuales una computadora puede agrupar los elementos (pixels) de una imagen de acuerdo a categorías o clases.

Normalmente se pueden agrupar los clasificadores según sus características:

- De textura

- Multiespectrales
 - Supervisados
 - No supervisados
- Temporales

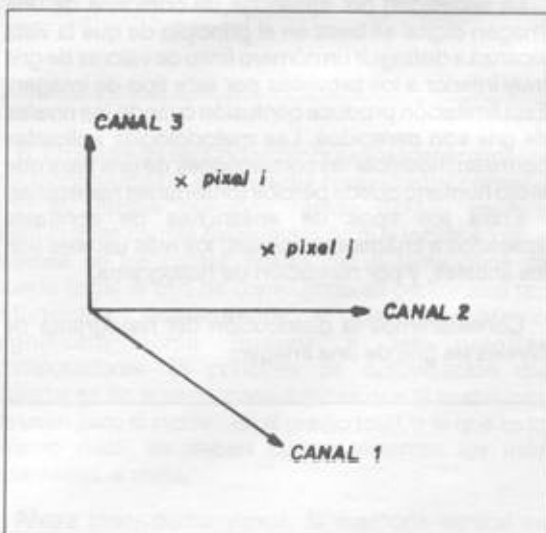
Clasificadores de Textura.

Son aquellos que analizan agrupamiento de pixels y los agrupan según características con morfologías matemáticas similares. Se orientan a campos que van desde la rugosidad de terreno hasta análisis de caracteres manuscritos.

Son además indispensables en imágenes obtenidas de sensores activos como el radar de apertura sintética, el cual como beneficios cuenta con su operatividad en todo tiempo (con nubes) y alta resolución en contra de su incapacidad de captar respuestas espectrales.

Clasificadores Multiespectrales

Son aplicados a imágenes que cuentan con respuestas multiespectrales de reflectancia. El principio consiste en separar los pixels dentro de un espacio multiespectral:



Luego viene el procedimiento de agruparlos de acuerdo a un criterio determinado. Esto se hace mediante la selección de porciones de la imagen conocidas y buscando cuáles son sus ubicaciones dentro del espacio multiespectral, además de sus características estadísticas (p. ej. dispersión, matriz de covarianzas de canales), que en conjunto forman la denominada "firma" espectral de la clase.

Esto involucra un trabajo previo a la clasificación que se debe obtener mediante el conocimiento de la verdad terrestre de la clase que se desea clasificar en la imagen. Generalmente, en imágenes satelitarias, significa trabajo de campo y a veces apoyo de fotografía aérea e información cartográfica.

Entre los métodos de discriminación más usados podemos nombrar:

- **Máxima verosimilitud** ("Maximum likelihood"): basado en la teoría de decisión de Bayes. Es uno de los más usados por su precisión pero a su vez es el más lento por la cantidad de operaciones involucradas, en la clasificación de cada pixel.

- **Distancia mínima**: Se utiliza como criterio de asignación de pixel la distancia euclídea mínima en el espacio multispectral entre un pixel y las distintas clases.

- **Hipercubos**: Se basa en la inclusión de un pixel dentro de un hipercubo en el espacio que caracteriza cada clase. Produce gran cantidad de pixels con mezcla de clases pero es el más rápido y útil en aplicaciones donde no se exige gran precisión en la clasificación (<60%).

Los Clasificadores multispectrales vistos hasta ahora se denominan supervisados, pues existe un entrenamiento previo para indicar al sistema que clases debe buscar.

Pero, en ciertas circunstancias, en las cuales se desea hacer un estudio en una zona totalmente desconocida, es conveniente recurrir a métodos no supervisados que permiten separar, en forma iterativa, los elementos de la imagen en clases que se van formando de acuerdo a criterios que pueden ser aportados por el usuario. El más diversificado de estos algoritmos es el denominado ISODATA.

Un método no supervisado puede ser un excelente paso previo para encarar un trabajo de campo que luego desemboca en una clasificación supervisada.

4. MODELO DIGITAL DE TERRENO

La incorporación del tratamiento digital de imágenes y su uso relacionado con aspectos cartográficos mediante computadores, creó la necesidad de incorporar la información topográfica con formato compatible a estos métodos.

Así, surge la creación de los modelos digitales de terreno, que consiste en entregar, en unidades gráficas determinadas (pixels), información correspondiente a la altura del terreno en ese sitio.

Dos aspectos deben ser considerados en esta información:

La primera, es la forma de obtenerla por única vez para ir formando un banco de datos geográficos y la segunda consiste en las diferentes aplicaciones que se pueden conseguir.

4.1. Construcción del M.D.T.

Los métodos actualmente aceptados para esta tarea, se basan en la incorporación de datos en una malla poco densa y luego su extrapolación a una grilla densa a ser almacenadas digitalmente.

La adquisición de los puntos de control, se hace normalmente de pares estereoscópicos en las escalas de trabajo o a partir de líneas de nivel de mapas topográficos de la región previamente elaborados. El uso de mesas digitalizadoras incorporadas al sistema de procesamiento digital, es

prácticamente mandatorio para obtener calidad y velocidad en la toma.

Actualmente, se está trabajando en métodos de adquisición de cotas en forma digital y automática a partir de imágenes estereoscópicas digitalizadas, usando técnicas de correlación de patrones y determinando así el desplazamiento de paralaje entre los pares.

Esta tecnología, cuando pueda ser aplicada masivamente, ahorrará esfuerzos humanos y podrá ser llevada a cabo sin contar con equipos fotogramétricos sofisticados y de alto costo.

4.2. Aplicaciones.

Estereoscopia.

Con el agregado de información de altura de terreno a una imagen se puede obtener su par estereoscópico simplemente desplazando la ubicación de los pixels correspondientes (desplazamiento de paralaje) a cada punto de la imagen en una magnitud proporcional a su altura. Los resultados pueden ser observados mediante uso de anaglifes en un resultado color superpuesto o como imágenes estereoscópicas normales.

Imágenes Sintéticas.

Partiendo de la base de considerar el terreno como una superficie lambertiana, se pueden plantear modelos de iluminación fijando una posición arbitraria del sol y con el conocimiento del modelo de alturas, con lo cual se deduce la pendiente en cada pixel, se pueden generar distintas imágenes con sombras obtenidas del modelo de iluminación adoptado.

Esta es una forma novedosa de entregar al usuario información topográfica sin necesidad de tomar la fotografía correspondiente y mejor que un plano topográfico que, no obstante, se puede generar lo mismo.

Imágenes en perspectivas.

Eligiendo el punto de visión, con el conocimiento de la altura en cada elemento de la imagen y su reflectancia, se puede plantear un modelo de proyección central que simula una vista en perspectiva de la imagen vertical.

Mediante el agregado de los programas correspondientes se puede, por ejemplo, ejemplificar el llenado de la zona con agua (caso de una represa) y verificar visualmente qué nivel alcanzaría la represa sobre la imagen para distintos volúmenes de agua.

5. TRATAMIENTO RADIOMETRICO DE IMAGENES

Veremos algunos de los tratamientos más usados:

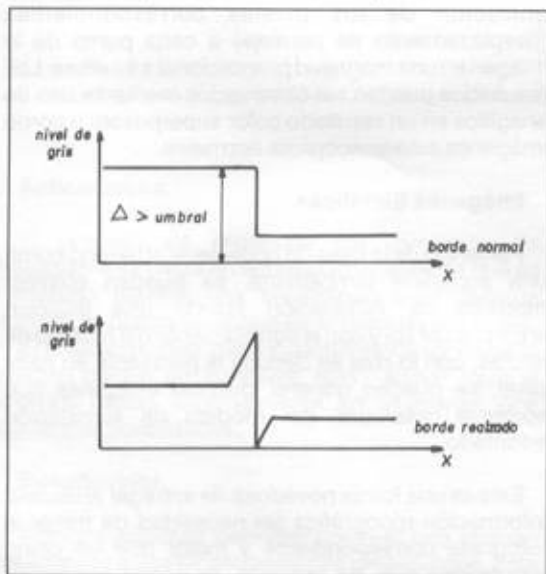
5.1. Filtrado Pasa-bajo

El objetivo es atenuar los efectos de bordes de una imagen obteniendo una imagen con un aspecto difuso. Es útil cuando se desean disimular efectos no deseables en imágenes producidas por procesos matemáticos sobre la misma. Un caso típico es la continuidad de valores luego de una densificación de puntos por extrapolación en la construcción de un modelo digital de terreno.

La forma más normal de obtener este efecto es generar una imagen cuyos elementos son el promedio aritmético de los adyacentes.

5.2. Filtrado Pasa-alto

Permite resaltar los bordes obteniendo mayor efecto de nitidez. El procedimiento consiste en amplificar el efecto en los bordes dentro de la imagen (detectados por diferencias de gris entre pixels adyacentes que superan un umbral):



El eje x representa la ubicación del pixel dentro de una línea.

5.3. Filtrado de gradiente

El procedimiento, también denominado "pseudoplástico" permite extraer bordes de una imagen. Ello se hace representando las diferencias entre niveles de gris como un nuevo nivel de gris. De acuerdo a las direcciones en que se efectúa esta diferencia, se obtienen diferentes efectos sobre la imagen de salida (ver Pág. 71 curso N° 23 "Percepción Remota: Perspectivas de avance y cooperación aeroespacial en latinoamérica" y otras mostradas al final de este Anexo).

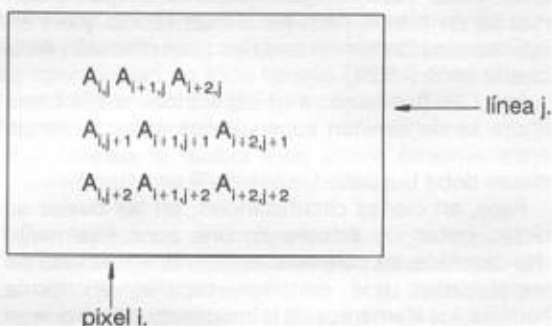
5.4. Filtrado por convolución de máscaras

Es un filtro más general y que puede ser diseñado por el mismo operador.

Consideremos una tabla de 9 elementos:

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Para realizar la convolución de esta máscara, apoyamos la misma sobre cada cuadro de 3 líneas x 3 pixels de la imagen normal:



y realizamos la siguiente operación:

$$B_{i+1,j+1} = a \cdot A_{i,j} + b \cdot A_{i+1,j} + \dots + e \cdot A_{i+1,j+1} + \dots + i \cdot A_{i+2,j+2}$$

Donde $B_{i,j}$ es la ubicación del pixel en la línea i y pixel k de la imagen de salida.

De esta forma el usuario puede probar distintos coeficientes [a, b, ..., i] y obtener con cada uno de ellos un filtrado diferente.

Esta metodología es especial para optimizar a nivel del computador de representación visual pues, al tener éste acceso a la memoria RAM permite hacer la operación en un tiempo equivalente al de refresco de pantalla (denominado para estos casos tiempo real).

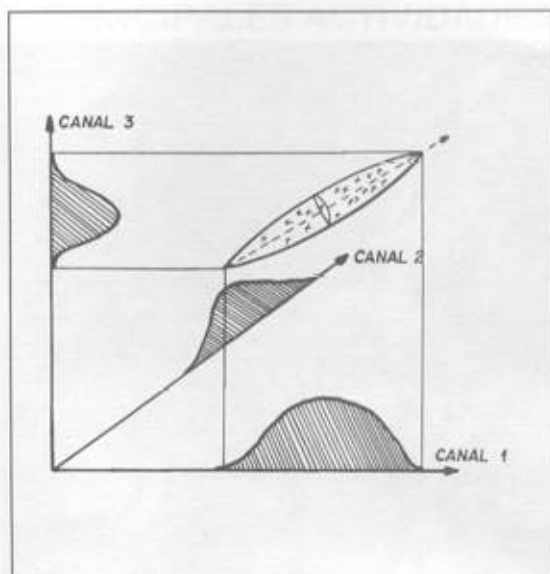
Si, además se generan los coeficientes [a, b, ..., i] a partir de una coordenada [x, y] del cursor, se obtiene un efecto mediante el cual el usuario moviendo el cursor va viendo los distintos filtrados de la imagen hasta seleccionar la configuración óptima que luego es aplicada a la imagen completa, de mayor volumen, que reside en disco.

5.5. Transformación de componentes principales

Supongamos que representamos los pixeles de la imagen en un espacio multispectral.

Si consideramos que las distribuciones de gris en cada canal son gaussianas, su representación en un espacio multispectral será un elipsoide.

El procedimiento es crear un nuevo sistema de coordenadas a partir de una transformación del original de tal forma que el canal 1 del nuevo sistema coincida con el eje mayor del elipsoide.



De esta manera, la proyección de los píxeles sobre este canal, por ser el eje mayor de la distribución, presentará la mayor dispersión de valores de gris, dando una mayor discriminación de características de la imagen.

Por supuesto, las imágenes obtenidas sobre estas proyecciones no representan valores de reflectividad, más bien contienen una integración óptima de los valores de gris en cada canal de tal manera de obtener un resumen de la imagen multispectral en la primera componente principal, degradándose hasta tener en la última componente valores de gris no correlacionados.

6. Complemento

A continuación se presentan varios ejemplos fotográficos que, aunque están en blanco/negro, dan una buena idea de los diferentes tratamientos digitales.

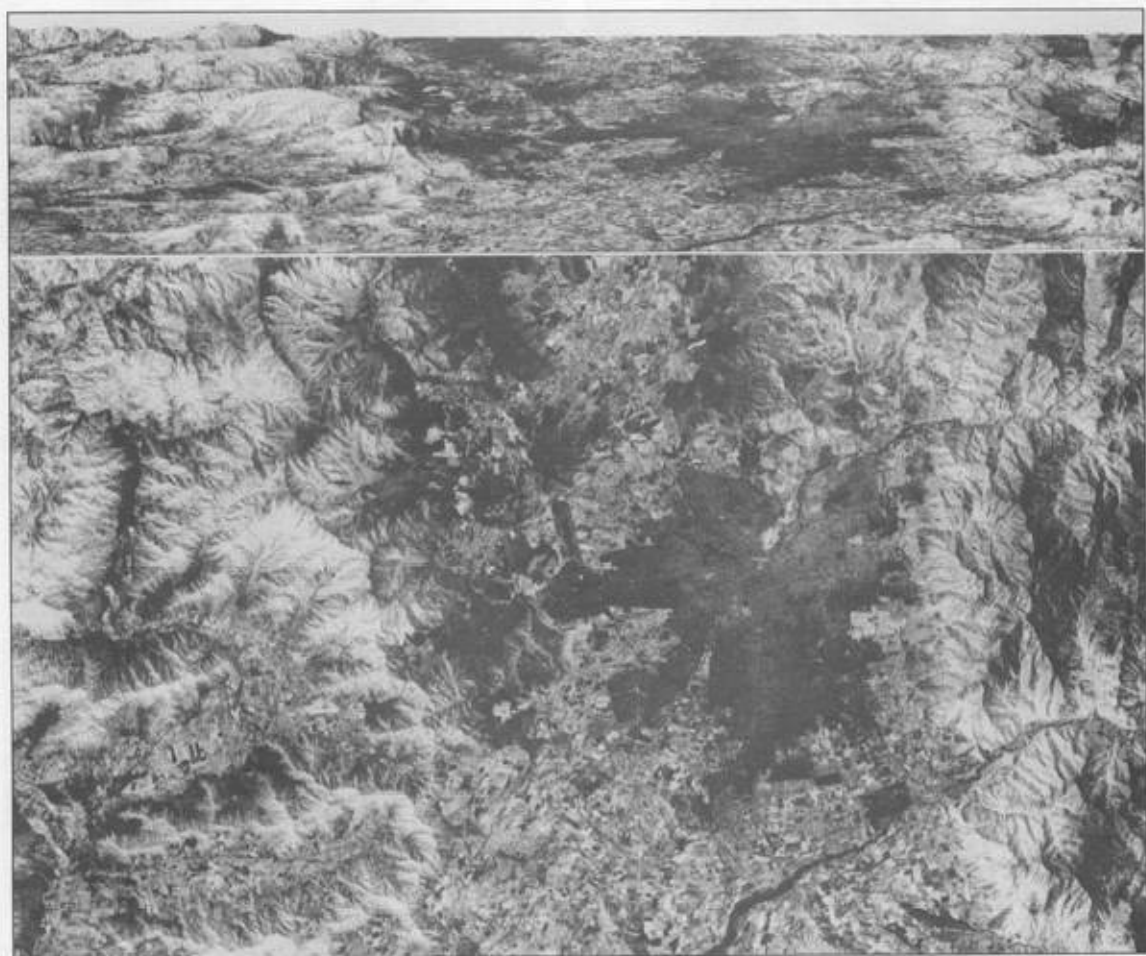
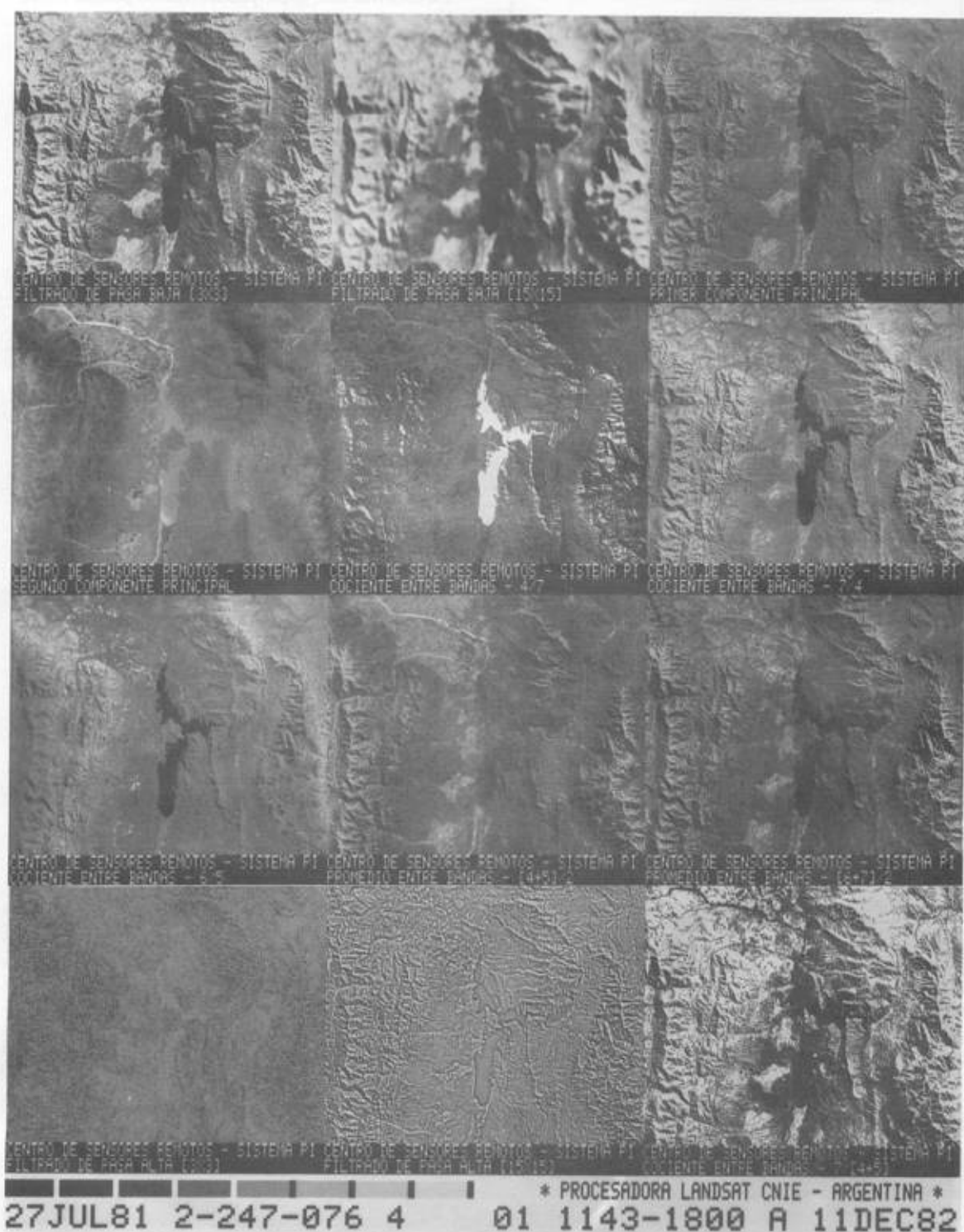


Imagen Landsat sobre una zona de Santiago de Chile, procesada computacionalmente en el Centro de Sensores Remotos de la Comisión Nacional de Investigaciones Espaciales (CNIE) de Argentina, en programas de cooperación con la Universidad de Chile. La imagen de arriba corresponde a un proceso especial, en que se ha determinado un modelo de cotas para producir una imagen abatida o en perspectiva.



Ejemplos de productos procesados computacionalmente en el Sistema PI del Centro de Sensores Remotos de la CNIE, Argentina.

PRINCIPALES ACTIVIDADES DE SELPER (1980-89)

PRIMERA REUNION PLENARIA SELPER. Quito, Ecuador, noviembre 24-27, 1980. Con el principal auspicio nacional del Instituto Geográfico Nacional y CLIRSEN y el apoyo internacional de U.S. Agency for International Development.

SEGUNDA REUNION PLENARIA SELPER Y TALLER DE TECNOLOGIA DEL SATELITE SPOT. Quito, Ecuador, abril 12-16, 1982. Con el principal auspicio nacional del IGN y CLIRSEN y el apoyo internacional del Centre National D'Etudes Spatiales (CNES) en Francia.

TERCERA REUNION PLENARIA SELPER Y TALLER CANADIENSE PERCEPCION REMOTA. Santiago, Chile, noviembre 21-25, 1983 (Auditorium IDIEM, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile). Con el auspicio nacional de la Universidad de Chile (Departamento de Investigación y Bibliotecas y Depto. Geología y Geofísica) y el patrocinio internacional de Canada International Development Agency (CIDA).

CUARTA REUNION PLENARIA SELPER. Santiago, Chile, noviembre 12-16, 1984 (Auditorium IDIEM, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile). Con el principal auspicio internacional del Centre National D'Etudes Spatiales (CNES) de Francia, Canadá Centre for Remote Sensing (CCRS), Embajadas de España y Finlandia, ONU/FAO, ONU/CEPAL, Committee on Space Research/International Council of Scientific Unions (COSPAR/ICSU), International Union of Geological Sciences (IUGS) y otras agencias.

QUINTA REUNION PLENARIA SELPER Y SIMPOSIO CANADA/IBEROAMERICA DE PERCEPCION REMOTA. Ottawa, Canadá, julio 15-19, 1985. Con el principal auspicio del Ministerio de Relaciones Exteriores de Canadá y la colaboración del Centro Canadiense de Percepción Remota (CCRS); comité organizador SELPER (Sede Central en Universidad de Chile, Depto. Geología y Geofísica).

TALLER DE GEOLOGIA REGIONAL UNESCO/IUGS/SELPER. Sao José dos Campos INPE, Brasil, diciembre 2-4, 1985. Con el principal auspicio de UNESCO e International Union of Geological Sciences (IUGS), para coordinar programas Geológicos Regionales en Latinoamérica (Zona Amazónica y Andina), con SELPER como organización aglutinante y coordinadora.

CURSO DE PERCEPCION REMOTA Y PERSPECTIVAS DE AVANCE Y COOPERACION AEROSPAZIAL EN LATINOAMERICA. Temporada Internacional de la Universidad de Chile (América Latina: Una Realidad). Dictado por profesores SELPER y apoyado con importantes Apuntes Docentes. Santiago, Chile, 13-24 enero 1986.

SIMPOSIO NACIONAL SOBRE LA EVALUACION DE LA ERA ESPACIAL EN MEXICO. México D.F., México, 15-19 de mayo 1986. Organizado por GIAE/UNAM. SELPER, invitado Oficial.

REUNION DE NACIONES UNIDAS SOBRE COOPERACION REGIONAL EN CIENCIA Y TECNOLOGIA ESPACIAL Y SUS APLICACIONES EN AMERICA LATINA. Cartagena de Indias, Colombia, junio 16-22, 1986. Organizado por ONU (División de Espacio Exterior y CEPAL) y patrocinada por el Gobierno de Colombia. SELPER, invitado Oficial.

XXVI REUNION PLENARIA COSPAR/ICSU (Committee on Space Research/International Council of Scientific Unions) Toulouse, Francia, junio 30 - julio 12, 1986. SELPER, Co-patrocinante del Taller X "Percepción Remota de Interés para Países en Desarrollo". También co-patrocinado por ONU/FAO, ONU/COSTED, WMO, WHO, COSPAR/ICSU, EARSEL y otras agencias.

SEXTA REUNION PLENARIA SELPER - SIMPOSIO LATINOAMERICANO DE PERCEPCION REMOTA - IV SIMPOSIO BRASILEÑO DE PERCEPCION REMOTA. Gramado, RS, Brasil, agosto, 10-15, 1986. Reunión realizada en cooperación con el Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE), la Sociedade Brasileira de Cartografia, Geodesia, Fotogrametría e Sensoriamento Remoto (SBC) y otras

MAIN SELPER ACTIVITIES (1980-89)

FIRST PLENARY MEETING OF SELPER. Quito, Ecuador, november 24-27, 1980. Under the national support of CLIRSEN and IGN and the international support of U.S. Agency for International Development (USAID).

SECOND PLENARY MEETING OF SELPER AND WORKSHOP ON SPOT TECHNOLOGY. Quito, Ecuador, april 12-16, 1982. Under the national support of CLIRSEN and IGN, and the international support of Centre National D'Etudes Spatiales (CNES) and G.D.T.A. from France

THIRD PLENARY MEETING OF SELPER AND WORKSHOP ON CANADIAN REMOTE SENSING TECHNOLOGY. Santiago, Chile, november 21-25, 1983. Held at the Universidad de Chile, under the main national support of Universidad de Chile (DIB, Depto. Geología y Geofísica) SAF, INACH and the international support of Canada International Development Agency (CIDA).

FOURTH PLENARY MEETING SELPER. Santiago, Chile, november 12-16, 1984. Held at the Universidad de Chile, under the main national support of Universidad de Chile (DIB, Geología y Geofísica), SAF, INACH and the international support of several agencies, such as Centre National D'Etudes Spatiales (CNES) from France, Canada Embassy, Spain Embassy, UN/ECLA, UN/FAO, Committee on Space Research/International Council of Scientific Unions (COSPAR/ICSU), International Union of Geological Sciences (IUGS), Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE) from Brazil and others.

FIFTH PLENARY MEETING OF SELPER AND CANADA/LATINOAMERICAN SYMPOSIUM ON REMOTE SENSING. Ottawa, Canada, julio 15-19, 1985. Under the main sponsoring and organization of Department of External Affairs of Canada and the cooperation of Canada Centre for Remote Sensing (CCRS). Important sessions of the IUGS and COSPAR/ICSU were also developed at SELPER sessions.

WORKSHOP ON REGIONAL GEOLOGY AND REMOTE SENSING. Sao José dos Campos, Brazil, december 2-4, 1985. Under the main international sponsoring of IUGS and UNESCO. Gars Program (Geological Applications of Remote Sensing), sponsored by IUGS/UNESCO.

COURSE ON REMOTE SENSING AND ADVANCES AND PERSPECTIVES OF COOPERATION IN LATINAMERICA. International Season of University of Chile (Latin-America: A Reality). Co-sponsored by SELPER through professors and important Docent Documents. Santiago, Chile, January 13-24, 1986

NATIONAL SYMPOSIUM ABOUT EVALUATION OF THE SPACE AGE IN MEXICO. MEXICO, D.F., México, may 15-19, 1986. Organized by: GIAE/UNAM. SELPER, officially invited.

UNITED NATIONS MEETING ON COOPERATION AND APPLICATION OF SPACE SCIENCE AND TECHNOLOGY IN LATINAMERICA. Cartagena de Indias, Colombia, junio 16-22 1986. Organized by United Nations (Outer Space Affairs and ECLA) and sponsored by the Colombian Government. SELPER officially invited.

XXVI PLENARY MEETING OF COSPAR/ICSU Toulouse, France, junio 30-julio 12, 1986. SELPER co-sponsored the Workshop X "REMOTE SENSING OF INTEREST FOR DEVELOPING COUNTRIES"; co-sponsored also by UN/FAO, UN/COSTED, WMO, WHO, COSPAR/ICSU, EARSEL and others agencies.

SIXTH PLENARY MEETING OF SELPER-LATINOAMERICAN SYMPOSIUM ON REMOTE SENSING-IV BRAZILIAN SYMPOSIUM ON REMOTE SENSING. Gramado, RS, Brazil, agosto 10-15, 1986. Meeting carried out with the cooperation of Instituto de

agencias nacionales e internacionales.

CONFERENCIA INTERNACIONAL SOBRE NECESIDADES DE ENTRENAMIENTO Y ASISTENCIA A LOS USUARIOS EN PAISES EN DESARROLLO. Berlín Occidental, septiembre 1-6, 1986. Reunión promovida por el International Economic Summit, organizada por la Fundación Alemana para el Desarrollo Internacional (DSE) en la cual SELPER participó en calidad de entidad invitada oficialmente.

REUNION DE LAS NACIONES UNIDAS (ONU) SOBRE CIENCIA Y TECNOLOGIA ESPACIALES Y SUS APLICACIONES DENTRO DEL MARCO DE LOS SISTEMAS DE ENSEÑANZA. Co-Patrocinada por el Gobierno de México. México, D.F., México. Octubre 13-17, 1986. SELPER Invitado Oficial.

PRIMERA REUNION LATINOAMERICANA SOBRE SATELITES DE BUSQUEDA Y RESCATE. Sao José dos Campos, SP, Brazil, octubre 29-30, 1986. Organizada por INPE y apoyada por SELPER, para el Programa SARSAT (Satélites de Búsqueda y Rescate), desarrollado por Canadá, EE.UU., Francia y URSS.

SEGUNDO SEMINARIO NACIONAL DE PERCEPCION REMOTA Y SUS APLICACIONES. Organizado por la Asociación Peruana de Aerofotografía Aplicada (APAFA) y Co-Patrocinada por SELPER. Lima, Perú. Mayo 11-15, 1987.

CURSO DE ENTRENAMIENTO SOBRE EL SATELITE DE RADAR EUROPEO (ERS-1). Organizado y Co-patrocinado por la Agencia Espacial Europea (ESA) con SELPER. Buenos Aires, Argentina. Noviembre 4-12, 1987.

SEPTIMA REUNION PLENARIA SELPER, SEGUNDO SIMPOSIO LATINOAMERICANO DE PERCEPCION REMOTA, III SIMPOSIO COLOMBIANO DE PERCEPCION REMOTA, Coloquio Internacional SPOT, Primera Reunión JOBRESA (Joint Board of Remote Sensing Activities). Organizado por SELPER, Instituto Geográfico Nacional Agustín Codazzi (IGAC) y Sociedad Colombiana de Fotogrametría y Percepción Remota (SCF), con el apoyo de diversas organizaciones internacionales (ESA, CNES, SPOT IMAGE, DORNIER, INPE y otras). Bogotá, Colombia. Noviembre 16-20, 1987.

CURSO DE ENTRENAMIENTO SOBRE EL SATELITE DE RADAR EUROPEO (ERS-1). Organizado por la Agencia Espacial Europea (ESA) como colaboración a SELPER. Baja California, México. Noviembre 1988.

OCTAVA REUNION PLENARIA SELPER Y TERCER SIMPOSIO LATINOAMERICANO DE SENSORIAMENTO REMOTO. Organizado por SELPER y la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), con el apoyo de diversas organizaciones internacionales (en especial EOSAT). Acapulco, México, diciembre 5-9, 1988.

REUNION DE EXPERTOS PARA REVISION FINAL DEL DICCIONARIO SELPER DE PERCEPCION REMOTA. Patrocinada por la Agencia Canadiense para Desarrollo Internacional (ACDI), que donará a SELPER este Diccionario, producto del Proyecto PERCEP Canadá/Perú. Pachacamac (Lima), Perú. Junio 5-16, 1989.

NOVENA REUNION PLENARIA SELPER, CUARTO SIMPOSIO LATINOAMERICANO DE PERCEPCION REMOTA, CURSO INTERNACIONAL SPOT Y OTRAS ACTIVIDADES ASOCIADAS. Organizada por SELPER, Instituto de Tecnología Industrial (INTI), Comisión Nacional de Investigaciones Espaciales (CNIE), con el apoyo de diversas organizaciones internacionales. Bariloche, Argentina, noviembre 20-24, 1989.

OTRAS ACTIVIDADES DIVERSAS PROMOVIDAS POR LA SEDE SELPER/BRAZIL, incluyendo co-organización y co-patrocinio de Cursos, Seminarios, Congresos, que serán detalladas en las primeras publicaciones de la Revista SELPER en 1990.

Pesquisas Espaciais (INPE), the Sociedade Brasileira de Cartografia, Geodesia, Fotogrametria e Sensoriamento Remoto (SBC) and other national and international agencies.

INTERNATIONAL MEETING ON TRAINING NEEDS AND USER ASSISTANCE. Berlín, RFA, august 31-september 6, 1986. Organized by the German Foundation for International Development (DSE). SELPER participation as invited society.

UNITED NATIONS MEETING ON SPACE SCIENCE AND TECHNOLOGY IN THE EDUCATION FRAME. Co-sponsored by Mexican Government. Mexico D.F., Mexico. October 13-17, 1986. SELPER officially invited.

FIRST LATINAMERICAN MEETING ON SEARCH AND RESCUE SATELLITES. Sao José dos Campos, SP, Brazil. October 29-30, 1986. Organized by INPE (Brazilian Space Research Institute) and co-sponsored by SELPER, for the SARSAT System developed by Canada, France, USA, USSR.

SECOND NATIONAL SEMINAR ON REMOTE SENSING AND ITS APPLICATIONS. Organized by Peruvian Society of Photogrammetry and Remote Sensing (APAFA) and co-sponsored by SELPER. Lima, Perú. May. 11-15, 1987.

TRAINING COURSE ON EUROPEAN RADAR SATELLITE (ERS-1). Organized by European Space Agency (ESA) and co-sponsored by SELPER. Buenos Aires, Argentina. November 4-12, 1987.

SEVENTH PLENARY MEETING OF SELPER, SECOND LATINAMERICAN SYMPOSIUM ON REMOTE SENSING, THIRD COLOMBIAN SYMPOSIUM ON REMOTE SENSING, INTERNATIONAL SPOT COLLOQUIUM, FIRST MEETING OF JOBRESA (Joint Board of Remote Sensing Activities). Co-organized by SELPER, Agustín Codazzi National Geographic Institute (IGAC) and Colombian Society of Photogrammetry and Remote Sensing (SCF). Co-sponsored by several international organizations. Bogotá, Colombia. November 16-20, 1987.

TRAINING COURSE ON EUROPEAN RADAR SATELLITE (ERS-1). Organized by European Space Agency (ESA) to endorse SELPER activities. Baja California, Mexico. November 1988.

EIGHTH PLENARY MEETING OF SELPER AND THIRD LATINAMERICAN SYMPOSIUM ON REMOTE SENSING. Co-organized by SELPER and National University of Mexico (UNAM). Co-sponsored by several international organizations. Acapulco, Mexico. December 5-9, 1988.

MEETING OF LATINAMERICAN EXPERTISES FOR FINAL REVIEWING OF THE REMOTE SENSING DICTIONARY OF SELPER. Sponsored by Canada International Development Agency (CIDA) and co-organized by SELPER, ONERN, CONIDA. Pachacamac (Lima), Peru. June 5-16, 1989.

NINTH PLENARY MEETING OF SELPER, FOURTH LATINAMERICAN SYMPOSIUM ON REMOTE SENSING AND ASSOCIATED ACTIVITIES, INCLUDING INTERNATIONAL COURSE ON SPOT TECHNOLOGY. Co-organized by SELPER, INTI (National Institute for Industrial Technology), UNLU (Lujan University), CNIE (Argentinian Commission for Space Research). Co-sponsored by several international organizations. Bariloche, Argentina. November 20-24, 1989.

MORE IMPORTANT ACTIVITIES PROMOTED BY SELPER SEAT BRAZIL, including co-organization and co-sponsoring of Courses, Seminars, Congress inside and outside Brazil, which will be included in next SELPER Reviews (1990).

APOYO IBEROAMERICANO / LATINAMERICAN SPONSORING

SELPER agradece a todos los organismos e instituciones iberoamericanas que han apoyado permanentemente sus actividades, ya sea sirviendo como sede a sus Capítulos Nacionales o en la organización de simposios y otros eventos u otras actividades desarrolladas por **SELPER** en estos años. Como reconocimiento, se incluyen aquí las principales entidades colaboradoras, esperando contar con su valiosa cooperación en el futuro.

ARGENTINA

COMISION NACIONAL DE INVESTIGACIONES
ESPACIALES (CNIE)
INSTITUTO DE TECNOLOGIA INDUSTRIAL (INTI)
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES APLICADAS
DE CIENCIAS ESPACIALES (IIACE)
AEROLINEAS ARGENTINAS
UNIVERSIDAD DE LUJAN, UNIVERSIDAD DE
LA RIOJA, SVDSA, AACE

BRASIL

INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS
(INPE)
SOCIEDADE BRASILEIRA DE FOTOGRAFIETRIA E
SENSORIAMENTO REMOTO (SBC)
AEROSUL, CODEVASF, PROSPEC, HOTEL
SERRANO, BP MINERACAO, SENSORA, EMBRAER,
COMGAR, ANEA, AVIBRAS, IBDF, FAFESP,
AEROFOTO CRUZEIRO, TERRAFOTO, VARIG

CHILE

UNIVERSIDAD DE CHILE
INSTITUTO ANTARTICO CHILENO (INACH)
INSTITUTO GEOGRAFICO MILITAR (IGM)
SERVICIO AEROFOTOGRAFICO (SAF/FACH)
EMPRESA CONSTRUCTORA DEL CHOAPA LTDA.
EDITORIAL UNIVERSITARIA
CODELCO, SAG, INFOR, LAN CHILE

COLOMBIA

INSTITUTO GEOGRAFICO AGUSTIN CODAZZI
(IGAC y ex-CIAP)
SOCIEDAD COLOMBIANA DE FOTOGRAFIETRIA Y
PERCEPCION REMOTA (SCF)
ASOCIACION DE CAFETEROS DE COLOMBIA
AVIANCA

ECUADOR

CENTRO DE LEVANTAMIENTOS INTEGRADOS DE
RECURSOS NATURALES POR SENSORES REMOTOS
(CLIRSEN)

ECUADOR (cont.)

INSTITUTO GEOGRAFICO MILITAR DEL ECUADOR
ECUATORIANA DE AVIACION

MEXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
(UNAM)
INSTITUTO DE GEOGRAFIA Y ESTADISTICA
(INEGI)

PERU

OFICINA NACIONAL DE EVALUACION DE
RECURSOS NATURALES (ONERN)
COMISION NACIONAL DE INVESTIGACION Y
DESARROLLO AEROSPAIAL (CONIDA)
ASOCIACION PERUANA DE AEROFOTOGRAFIA
APLICADA (APAFA)
AEROPERU
INSTITUTO GEOFISICO DEL PERU

CAPITULOS SELPER EN FORMACION**BOLIVIA**

SERVICIO GEOLOGICO BOLIVIANO (GEODOL)

COSTA RICA

INSTITUTO GEOGRAFICO NACIONAL (IGN)

EL SALVADOR

MINISTERIO DE AGRICULTURA Y GANADERIA

GUATEMALA

INSTITUTO GEOGRAFICO MILITAR

PANAMA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE PANAMA

REPUBLICA DOMINICANA

INSTITUTO GEOGRAFICO UNIVERSITARIO

VENEZUELA

SOCIEDAD VENEZOLANA DE FOTOGRAFIETRIA Y
PERCEPCION REMOTA

PARAGUAY

INSTITUTO GEOGRAFICO NACIONAL

URUGUAY

MINISTERIO DE AGRICULTURA Y PESCA

SELPER thanks to all the Iberoamerican Agencies and Institutions that supported **SELPER** permanently either being the branch of the National Chapters or in the organization of Symposia or other events and activities developed by **SELPER**. In recognition, the main supporting entitles are being included below or in additional pages. We also hope your valuable cooperation in the future.

APOYO INTERNACIONAL / INTERNATIONAL SPONSORING

SELPER agradece a todas las empresas y organizaciones internacionales que han apoyado sus actividades en el pasado, esperando poder contar con su valiosa cooperación en el futuro. Como reconocimiento, se incluyen las principales entidades colaborantes y, en páginas especiales, aquellas que más se han destacado en el año correspondiente a esta Revista **SELPER**

ALEMANIA FEDERAL

AGENCIA ALEMANA PARA EL DESARROLLO
INTERNACIONAL (DSE)
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES
AEROSPACIALES (DFVLR)
DORNIER, ZEISS, MBB, LUFTHANSA

CANADA

AGENCIA CANADIENSE PARA EL DESARROLLO
INTERNACIONAL (CIDA)
MINISTERIO DE RELACIONES EXTERIORES
DEL CANADA
CENTRO CANADIENSE DE PERCEPCION REMOTA
(CCRS)
INTERA, MONITEQ, DIGIM, MDA, PAMAP
CP AIR

ESPAÑA

MINISTERIO DE TRANSPORTES, TURISMO Y
COMUNICACIONES
EMBAJADA DE ESPAÑA EN CHILE

ESTADOS UNIDOS

UNIVERSIDAD DE MURRAY (MARC)
NASA, USGS, ERIM
EARTH OBSERVATION SATELLITE COMPANY
(EOSAT)

FINLANDIA

VAISALA (Meteorología)

FRANCIA

CENTRE NATIONAL D'ETUDES SPATIALES
(CNES)

FRANCIA (cont.)

SOCIETE EUROPEENE DE PROPULSION (SEP)
SPOT IMAGE
G.D.T.A.
AIR FRANCE

HOLANDA

INTERNATIONAL INSTITUTE FOR AEROSPACE
SURVEY AND EARTH SCIENCES (ITC)

PORTUGAL

AGENCIAS INTERNACIONALES

EUROPEAN SPACE AGENCY (ESA)

NACIONES UNIDAS (DIVISION DEL ESPACIO
EXTERIOR, FAO, UNEP, COSTED, CEPAL,
UNESCO)

COMMITTEE ON SPACE RESEARCH (COSPAR)/
INTERNATIONAL COUNCIL OF SCIENTIFIC
UNIONS (ICSU)

INTERNATIONAL UNION OF GEOLOGICAL
SCIENCES (IUGS)

INTERNATIONAL SOCIETY OF PHOTOGRAMMETRY
AND REMOTE SENSING (ISPRS)

AMERICAN SOCIETY OF PHOTOGRAMMETRY AND
REMOTE SENSING (ASPRS)

INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL FEDERATION
(IAF)

SELPER thanks to all the International Companies and Organizations for the valuable support given to the activities of **SELPER** in the past and hopes that will also cooperate in the future. In recognition, the main supporting entities are being included below. In special additional pages, we are including the most outstanding entities that supported **SELPER** activities specially during the year corresponding to this **SELPER** Review.

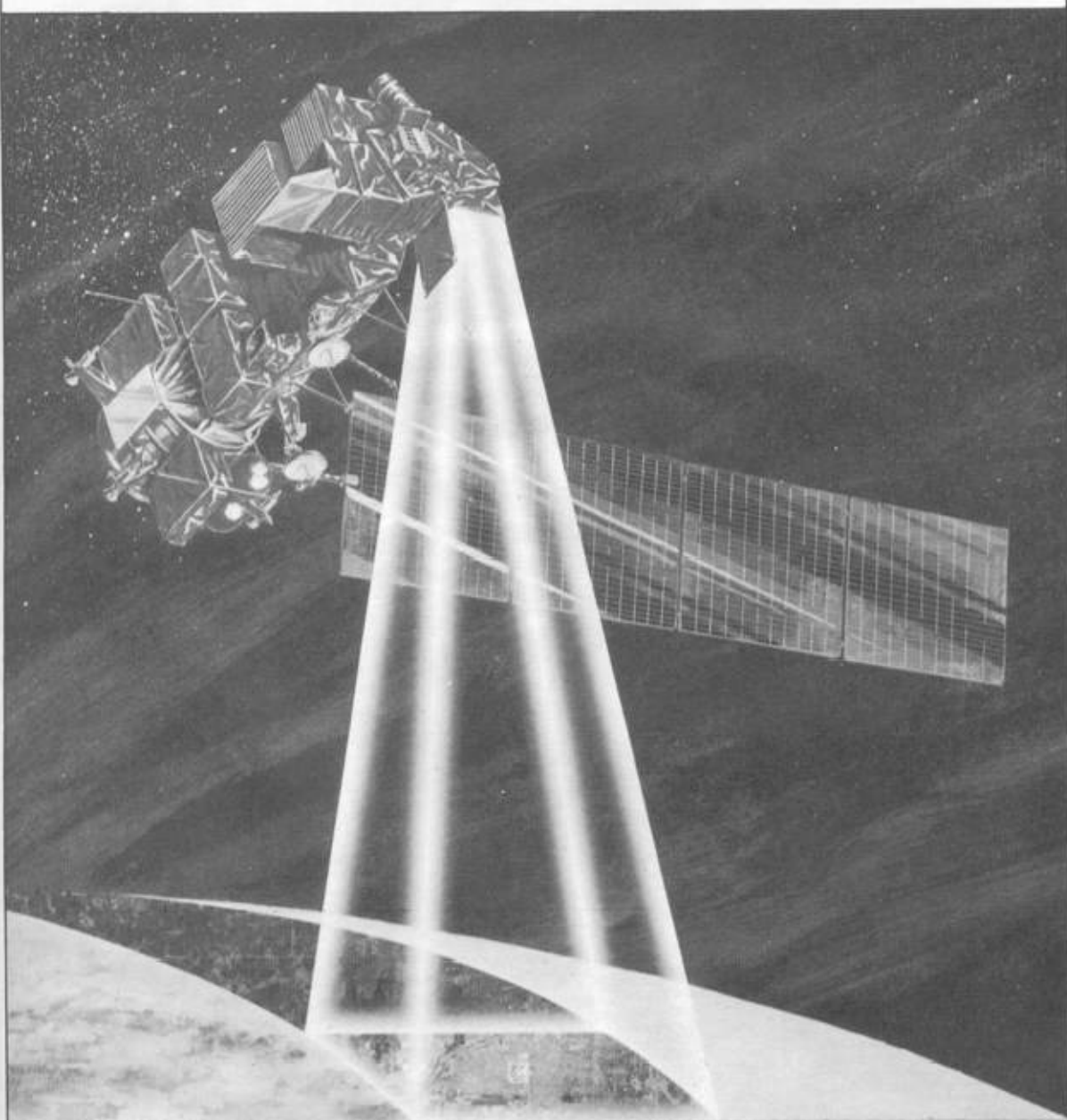


Earth Observation Satellite Company

4300 Forbes Boulevard, Lanham, MD 20706 USA

(301) 552-0548 • (800) 344-9933 • FAX: (301) 552-0507

RCA TELEX: 277685 LSAT UR



Landsat 4&5 funding assured, Landsat 6 development on schedule.

SELPER AGRADECE EL VALIOSO RESPALDO DE EOSAT PARA SU SIMPOSIO DE ACAPULCO-88.

SELPER ACKNOWLEDGES THE VALUABLE SUPPORT OF EOSAT FOR ACAPULCO-88 SYMPOSIUM.



La misión fundamental del Instituto Geográfico Militar es efectuar la representación gráfica del territorio nacional en mapas, cartas geográficas y planos topográficos.

Con tal objeto, el Instituto realiza trabajos de terreno y de gabinete; los primeros están destinados a obtener valores de coordenadas y elevaciones de puntos, mediante mediciones astronómicas, geodésicas, topográficas, gravimétricas y geomagnéticas. Los segundos están destinados a la planificación de proyectos, al cálculo y compensación de coordenadas, a la restitución fotogramétrica, al dibujo cartográfico y a la impresión offset.

Los resultados de sus mediciones se utilizan también en los estudios de las ciencias de la Tierra y especialmente en la investigación que hace la Geodesia sobre la forma y dimensiones de nuestro planeta.



INSTITUTO GEOGRAFICO MILITAR
Nueva Santa Isabel 1640 — Santiago-Chile



INSTITUTO GEOGRÁFICO MILITAR

Nueva Sta. Isabel N° 1640 Fono: 6968221-8



PRESIDENTE SELPER:
DR. ROBERTO PEREIRA DA CUNHA

Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE).
C.P. 515. Sao José dos Campos, SP, Brasil
F: (0123) 229977; TLX (0123) 3530 INPEBR

SEDE ECUADOR
1980-1983

SEDE CHILE
1983-1986



SEDE BRASIL
1986-1989

DIRECTOR EDITORIAL SELPER:
PROF. MAURICIO ARAYA FIGUEROA

Presidente Madero 795 (Ñuhoa). Santiago, Chile.
F: (0562) 6967583, TLX (0562) 240501 BOOTH CL.
FAX: (0562) 6981474

SEDE ARGENTINA
1989-1991

SEDE PERU
1991-1993



IMPRESO EN LOS TALLERES DEL INSTITUTO GEOGRAFICO MILITAR DE CHILE
Nueva Santa Isabel 1640, Santiago, Chile. F: (0562) 6968221. TLX: (0562) 441677. FAX: (0562) 6988278